# ТЕОРИЯ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ В МОДЕЛИРОВАНИИ ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ

### д.ф.-м.н. профессор РАН А.Л. Казаков

к.ф.-м.н. А.А. Лемперт, к.т.н. М.Л. Жарков

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН

XXIV Международная конференция имени А. Ф. Терпугова

«Информационные технологии и математическое моделирование»

(MTMM - 2025)

## Свойства транспортных систем

- Многократное выполнение однотипных технических операций (прибытие транспорта, погрузка / разгрузка, отправление);
- Время их выполнения подвержено влиянию множества случайных факторов;
- Ограниченная вместимость системы;
- Сложная структура, в которой можно выделить несколько

подсистем.

Для построения моделей применяется аппарат теории массового обслуживания. В ней изучаются объекты, в которых регулярно

выполняются однотипные операции, а их продолжительность не детерминирована. К таким объектам и относятся транспортные системы, в

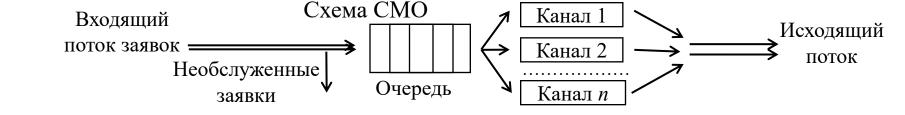
**участности**, железнодорожные станции

транспортно-пересадочные узлы.

3D-модель транспортнопересадочного узла 2

Сортировочная станция

## Система массового обслуживания (СМО)



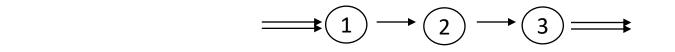
Формальное описание СМО, код Кендалла: A / B / m / n. A — входящий поток заявок, B — закон распределения времени обслуживания, m —

*Марковские СМО (М/М/m/n)*: входящий поток обладает свойствами стационарности, ординарности и отсутствия последействия, время обслуживания распределено экспоненциально. Если СМО не отвечает этим свойствам, то она считается *немарковской*.

число каналов (обслуживающих устройств), n — максимальная длина очереди.

## Системы массового обслуживания

**Многофазные СМО** - комплекс последовательно расположенных взаимосвязанных между собой СМО (фаз обслуживания).



**Сеть массового обслуживания (СеМО)** - совокупность конечного числа СМО (узлов), в которой заявки переходят из одного узла в другой, в соответствии с маршрутной матрицей P.

технических систем, в том числе и в области железнодорожного транспорта $^{1,2}$ .

<sup>1</sup> Wilson N., Fourie C.J., Delmistro R. Mathematical and simulation techniques for modelling urban train

СМО являются эффективным инструментом для описания различных

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Wilson N., Fourie C.J., Delmistro R. Mathematical and simulation techniques for modelling urban train networks // South Afr. J. Ind. Eng. 2016. V. 27.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Weik N., Nießen N. Quantifying the effects of running time variability on the capacity of rail corridors //
Journal of Rail Transport Planning & Management. 2019. V. 15.

## Методика моделирования микрологистических систем При моделировании выбранного объекта выделяются: **входящий**

**материальный поток** и **процесс его обработки в системе** с учетом ее структуры, которые описываются различными моделями.

## Материальный поток характеризуется:

- интенсивностью поступления транспорта (λ),
- распределением числа грузов/вагонов/пассажиров (f(x)),
- направлением следования. Грузы и пассажиры обслуживаются независимо друг от друга и занимают

определенное место в системе, поэтому они считаются отдельными заявками.

Для описания входящих материальных потоков применяется ВМАР-поток — обобщение неординарного Пуассоновского потока, в котором допускается изменение интенсивности поступления групп заявок, а также закона распределения их размеров. ВМАР-поток позволяет описать в одной модели насколь из неселения их полнетского с различии из характаристиками, при этом

**несколько независимых подпотоков** с различными характеристиками, при этом каждый из них может быть групповым. 

[5]

# Batch Markovian Arrival Process ВМАР-поток<sup>3</sup> задается управляющим процессом (цепью Маркова)

непрерывным временем и пространством состояний  $\{0,1,...,W\}$ ; Время пребывания в каждом состоянии распределено экспоненциально с параметром  $\lambda_{v}$ , v=0,W.

С вероятностью  $p_k(v,v')$ ,  $0 \le k \le m$  процесс перейдет из состояния v в v' и сгенерируется группа заявок размера k. При этом

$$\sum_{v'=1}^{m} p_0(v,v') + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{m} p_k(v,v') = 1$$

Интенсивности переходов целесообразно хранить в матрицах  $D_k$ ,  $k \ge 0$ , которые задаются следующим образом:  $(D_0)_{vv'} = \lambda_v p_k(v,v'), \ \ v,v' = \overline{0,W}$ 

$$(D_0)_{vv} = -\lambda_v, \quad 0 \le v \le W; \quad \frac{(D_0)_{vv'} = \lambda_v p_k(v, v'), \quad v, v' = 0, W}{(D_k)_{vv'} = \lambda_v p_k(v, v'), \quad v, v' = 0, W}; \quad k \ge 1 \quad (1)$$

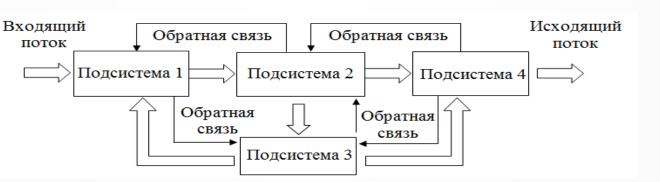
<sup>3</sup> Lucantoni D.M. New results on single server queue with a Batch Markovian Arrival Process // Commun. Statist. Stochastic Models. 1991. V. 7.

( 6

## Методика моделирования микрологистических систем

**Для описания процесса обслуживания** применяются **CeMO**. С помощью этого математического аппарата возможно **отобразить нелинейную структуру** транспортных объектов, **учесть различные** технические **характеристики** каждой из **подсистем**, а также влияние случайных факторов на их работу.

Каждая СМО (узел) описывает подсистему (парк станции, сортировочную горку, остановочный пункт). Длина очереди  $(n_k)$  определяется максимальной вместимостью соответствующего элемента. Число каналов  $(m_k)$  задается количеством обслуживающих приборов (маневровых локомотивов, бригад осмотра, турникетов).



## Методика моделирования микрологистических систем

#### Применяемые типы СМО при описании частей транспортных объектов:

- 1.  $BMAP / G^X / 1 / 0$  моделирование транспортных путей (лестницы, эскалаторы, железнодорожные пути) между подсистемами;
- 2. \* /  $M^X$  / 1 / m описание работы сортировочных устройств (сортировочная горка) и станций различного транспорта (автобусная остановка, станция метро), где канал устройство или транспортная единица, а очередь доступное место перед ним;
- 3. \* /  $G^X$  / n / m работа подсистем выбранного объекта, каналы бригады осмотра, кассы, турникеты, а очередь суммарная вместимость подсистемы.
- Здесь: \* параметры входящего потока неизвестны; G произвольное распределение времени обслуживания; X групповое обслуживание заявок.

### Методика моделирования микрологистических систем Для описания работы транспортного объекта применяются открытые СеМО,

для описания расоты транспортного объекта применяются открытые семю, поэтому внешний источник считается дополнительным (фиктивным) узлом. Тогла маршрут движения заявок между узлами хранят в матрице вероятностей

Тогда маршрут движения заявок между узлами хранят в матрице вероятностей переходов (маршрутной матрице)  $\boldsymbol{P}$  размера  $(S+1)\times(S+1)$ ,

переходов (маршрутной матрице) 
$$P$$
 размера  $(S+1)\times(S+1)$ , 
$$P = \begin{pmatrix} P_{0,0} & P_{0,1} & \dots & P_{0,S} \\ P_{1,0} & P_{1,2} & \dots & P_{1,S} \\ \dots & \dots & \dots \\ P_{S,0} & P_{S,1} & \dots & P_{S,S} \end{pmatrix}, \quad \sum_{u=0}^{s} P_{y;u} = 1, \ \forall y \in S.$$

Ее элементы: 
$$P_{ij}$$
 — вероятности перехода заявки из узла  $i$  в узел  $j$ ,  $i,j=1,2,3,...S$ ;  $P_{0j}$  и  $P_{j0}$  — соответственно, вероятность поступления в  $j$ -й узел заявки из источника и вероятность покидания заявкой сети после обслуживания в  $j$ -м узле.

Данные вероятности определяются, как относительные частоты: отношение числа вагонов/грузов/пассажиров, поступающих в конкретный элемент, к общему объему материального потока для одного направления.

## Исследование СеМО

**Анализ СеМО проводится численно** с использованием методов Монте-Карло. Для этого применяется имитационная модель, блок-схема алгоритма которой представлена на рисунке.

Наибольший интерес представляют предельные средние характеристики системы или **показатели** эффективности CeMO:

 $P_{loss}$  – вероятность отказа;

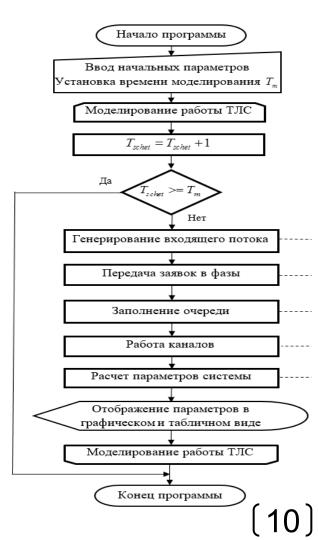
K — коэффициент занятости каналов;

 $T_{sist}$  — среднее время пребывания заявки в системе;

 $T_{node}$  — среднее время в узле;

 $P_{lock}$  — вероятность блокировки каналов;

 $T_{lock}$  — среднее время блокировки работы канала; и т.д.



## Пассажирские городские системы: железнодорожные вокзалы

транспортно-пересадочные узлы<sup>4,5</sup>; 2. Морские грузовые системы: угольные и контейнерные морские терминалы, универсальные морские порты <sup>6,7</sup>.

3. Железнодорожные системы: сортировочные и грузовые станции.

Далее будет представлено применение методики на примере железнодорожного транспорта.

4 Жарков М.Л., Супруновский А.В. Моделирование работы вокзального комплекса Иркутск-Пассажирский на основе сетей массового обслуживания // Информационные и математические технологии в науке и управлении. 2021. № 1 (21).

<sup>5</sup> Kazakov A., Vu G., Zharkov M. A Stochastic Model of a Passenger Transport Hub Operation Based on Queueing Networks // In: Dudin, A., Nazarov, A., Moiseev, A. (eds) ITMM. Queueing Theory and Applications. CCIS. 2024. Vol. 2163. Springer, Cham. <sup>6</sup> Лемперт A.A., Жарков M.Л., Казаков A.Л., Ву X.3. Моделирование морского контейнерного

терминала с использованием сети массового обслуживания // Управление большими системами. 2024. Вып. 112.

 $^{7}$  Kazakov A., Lempert A., Zharkov M. Modeling of a Coal Transshipment Complex Based on a Queuing, Network // Appl. Sci. 2024, Vol. 14.

## Моделирование железнодорожных станций

В схеме типовой сортировочной станции, как правило, имеются:

Парк прибытия (ПП) - принятие поезда, отцепка от него тягача;

**Сортировочная горка** ( $C\Gamma$ ) — расформирование поезда на группы вагонов по направлениям;

Сортировочный парк (СП) - накопление вагонов до полносоставного поезда, их сортировка по направлениям и передача в парк отправления;

Парк отправления (ПО) - окончательное формирование поезда и отправка его

из системы. Схема типовой сортировочной станции СП ПО

Составы следуют через них последовательно. Парки имеют различные время выполнения технических операций вместимость, число обслуживающих устройств (устройств роспуска, маневровых локомотивов, бригад осмотра).

## Исследование железнодорожных станций в станионарном режиме

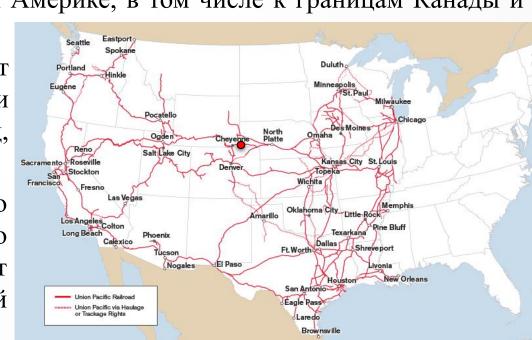
### 1) Сортировочная станция Бэйли Ярд, США

Станция расположена на Union Pacific Railroad (Железная дорога Юнион Пасифик) и является крупнейшей в мире сортировочной станцией. Она расположена в центре США, штате Небраска. На ней формируются поезда, направляющиеся по всей Северной Америке, в том числе к границам Канады и

Мексики.

Локомотивные центры ремонтируют 750 локомотивов в месяц и обслуживают более 8500 единиц, т.е. весь парк локомотивов.

Через станцию проходит огромного количества товаров, из-за чего Union Pacific Railroad описывает Бэйли Ярд как «экономичний барометр Америки».



Сортировочная станция Бэйли Ярд имеет 114 путей, занимает площадь 11,5 км<sup>2</sup> и обрабатывает в сутки 12-13 тыс. вагонов. Наличие грузового двора делает структуру станции нелинейной и позволяет ей производить массовую разгрузку угля.<sup>8</sup>

В структуре станции имеется 11 подсистем:

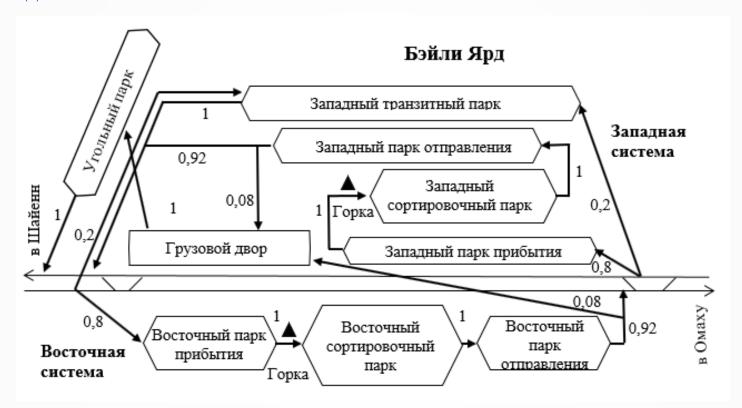
130 вагонов.

- 8 парков, включая Угольный парк (УП) и Транзитный парк (ТП), - две сортировочные горки, - грузовой двор (ГД). в Шайені На станции функционирует ремонтное депо (РД). Поезда прибывают с двух направлений, в среднем 54 поезда в сутки, средняя длина 63 вагонов, максимальная зафиксированная — восточная система

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Bychkov I., Kazakov A., Lempert A., Zharkov M. Modeling of Railway Stations Based on Queuing Networks // Applied Sciences. 2021. V. 11(5).

Семо. Максимальное число вагонов в составе равно 130, поэтому ВМАР-поток будет включать 131 матрицу  $D_k$ , k = 0,1,...,130, размера  $2 \times 2$  – два входящих потока. Их элементы вычисляются по формулам (1), где  $\lambda_0 = \lambda_1 = 103 / 24 = 4,3$  интенсивность поступления групп заявок в час, f(k) - биномиальное распределение B(130, 0.95) вероятности переходов  $p_k(v,v') = pf(k), v,v' = 0,1, k = 0,130.$  $BMAP / G^{X} / 2 / 1170;$ Узел 1 (Восточный парк прибытия) – Узел 2 (Восточная сортировочная горка) – \*/ $G^X/1/130$ ; \*/ $G^X/3/3840$ ; Узел 3 (Восточный сортировочный парк) – Здесь G –произвольный \*/ $G^X/2/780$ ; Узел 4 (Восточный парк отправления) закон распределения  $*/G^{X}/8/130;$ Узел 5 (Грузовой двор) времени обслуживания  $BMAP / G^{X} / 2 / 837;$ Узел 6 (Западный парк прибытия) – заявок, X – групповое \*  $/ G^{X}/ 1 / 0$ ; Узел 7 (Западная сортировочная горка) – обслуживание в канале. \*  $/ G^X / 3 / 3000$ ; Узел 8 (Западный сортировочный парк) – Узел 9 (Западный парк отправления)  $-*/G^{X}/2/736;$  $- */G^X/2/920;$ Узел 10 (Западный транзитный парк) \*  $/ G^{X}/2/736$ , Узел 11 (Угольный парк)

#### Схема модели



## Вычислительный эксперимент 1

 $\lambda = 4,3$  групп заявок в час, что соответствует 13 тыс. вагонов в поступления

В таблице представлены результаты моделирования при интенсивности

Ср. вр. нахождения заявки в системе (ч.)

Узел 4

0.95

44,63

70,67

Узел 10

0.46

49,03

Узел 5

6,88

49,61

**Узел** 11

0,12

19,03

Узел 3

2,67

408,54

Узел 9

0.95

43,87

71,33

0

0

88,53

Узел 6

1,07

70,78

1969,11

сутки в среднем. Виртуальное время моделирования 35 суток.

Узел 1

1,03

69,53

3,89

Узел 7

0,45

111,00

Узел 2

0,45

6,32

Узел 8

2,66

438,48

Поступило групп 3571,7 Отклонено групп 417807,3 Поступило заявок Отклонено заявок

Вероятность отказа

Ср. ч. занятых каналов

Ср. ч. занятых каналов

Сумм вр. блокировки (мин)

Сумм вр. блокировки (мин)

Параметры узла

Ср. длина очереди

Параметры узла

Ср. длина очереди

15,4 тыс. вагонов в сутки) и уменьшении среднего времени обслуживания в

сортировочных парках на 20%.

Поступило групп

Поступило заявок

Параметры узла

Ср. длина очереди

Параметры узла

Ср. длина очереди

Вероятность отказа

Ср. ч. занятых каналов

Ср. ч. занятых каналов

Сумм вр. блокировки (мин)

Сумм вр. блокировки (мин)

<b>Вычислительный</b>	3KCHepumen 1 2			
В таблице предстан	влены результаты і	при $\lambda = 5,5$ групп	заявок в час	(в среднем
1 / /	\		_	

4592,5

537544,3

0,001

Узел 1

1,31

97,44

3,75

Узел 7

0,58

0

Отклонено групп

Отклонено заявок

Узел 2

0,57

8,78

0

Узел 8

2,84

818,24

0

Ср. вр. нахождения заявки в системе (ч.)

Узел 3

2,84

870,96

0

Узел 9

1.20

44,55

97,00

Узел 4

1,20

44,58

95,25

**Узел 10** 

0,61

52,86

Узел 5

7,56

68,07

0

**Узел** 11

0,14

30,96

5,5

639,75

53,19

**Узел** 6

1.37

115,09

2499,50

#### Результаты моделирования

- При поступлении **4,3 групп заявок в час** (13 тыс. вагонов в сутки) вероятность отказа равна нулю т.е. станция успешно справляется с текущей нагрузкой.
- При прибытии **4,95** (14 тыс. вагонов в сутки) поездов в час **вероятность отказа** составила **0,002**. Узлы 3 и 8 оказались перегружены, из-за чего в предыдущих Узлах (1, 2, 6 и 7) значительно увеличилось время блокировки каналов. Следовательно система имеет максимальную загрузку.
- При уменьшении среднего времени обслуживания в обоих сортировочных парках (Узлы 3 и 8) на 20% станция сможет обработать в среднем 15,4 тыс. вагонов в сутки (5,5 групп заявок в час), т.е. на 28% больше.

## Исследование переходного режима работы железнодорожных станций

## 2) Грузовая станция Суховская, ВСЖД 9

Здесь: Парк прибытия (ПП); Сортировочный парк (СП); Парк отправления (ПО); Грузовой двор (ГД)

#### Модель имеет вид многофазной СМО:

$$BMAP/M/1/5 \rightarrow */M/2/8 \rightarrow */M/3/0$$

Парк прибытия Сортировочный парк Грузовой двор

Парк прибытия Сортировочный парк Грузовой двор 
$$D_0 = \begin{pmatrix} -0,202 & 0 \\ 0 & -0,218 \end{pmatrix}, \ D_1 = \begin{pmatrix} 0,120 & 0,082 \\ 0,1298 & 0,0882 \end{pmatrix}$$
 (3)

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Zharkov M., Kazakov A., Lempert A. On the application of queuing theory in the analysis of transients in the operation of a freight railway station // In: Dudin, A., Nazarov, A., Moiseev, A. (eds) ITMM. Queueing Theory and Applications. ITMM 2021. CCIS. 2022. vol. 1605. Springer, Cham.

## СОДУ Колмогорова для данной трехфазной СМО будет включать $(K1+1)\cdot(K2+2)\cdot(K3+3)-K2=408$

уравнений, здесь Ki — максимальное число заявок на фазе i. Приведем только часть полученной системы из-за ее большого размера.

часть полученной системы из-за ее большого размера. 
$$\begin{cases} P'_{000}(t) = D_0 P_{000}(t) + I \mu_3 P_{001}(t), \\ P'_{001}(t) = (D_0 - I \mu_3) P_{001}(t) + I \mu_2 P_{010}(t) + 2I \mu_3 P_{002}(t), \\ P'_{002}(t) = (D_0 - 2I \mu_1) P_{002}(t) + I \mu_2 P_{011}(t) + 3I \mu_3 P_{003}(t), \\ P'_{003}(t) = (D_0 - 3I \mu_1) P_{003}(t) + I \mu_2 P_{012}(t) + 3I \mu_3 P_{004}(t), \end{cases}$$

 $P'_{ijz}(t) = \left(D_0 + \sum_{k=1}^{\min(1, 6-i)} D_k - I\mu_1 - \min(j, 1)I\mu_2 - \min(z, 1)I\mu_3\right) P_{ijz}(t) + \sum_{k=1}^{\min(1, i)} D_k P_{i-k, j, z}(t) + \sum_{k=1}^{\min(1, 6-i)} D_k P_{i-k, j, z}(t) + \sum_{k=1}^{\min(1, 6$ 

 $| +I\mu_1 P_{i+1,j-1,z}(t) + \min(j+1,1)I\mu_2 P_{i,j+1,z-1}(t) + \min(z+1,1)I\mu_3 P_{i,j,z+1}(t),$   $i = \overline{0,6}, \quad j = \overline{0,11}, \quad z = \overline{0,4}.$ 

$$P'_{001}(t) = (D_0 - I\mu_3)P_{001}(t) + I\mu_2 P_{010}(t) + 2I\mu_3 P_{002}(t),$$

$$P'_{002}(t) = (D_0 - 2I\mu_1)P_{002}(t) + I\mu_2 P_{011}(t) + 3I\mu_3 P_{003}(t),$$

$$P'_{003}(t) = (D_0 - 3I\mu_1)P_{003}(t) + I\mu_2 P_{012}(t) + 3I\mu_3 P_{004}(t),$$

## Вычислительный эксперимент 1. Входящий поток задается матрицами (3)

 $BMAP/M/1/5 \rightarrow */M/2/8 \rightarrow */M/3/0$ 

На рисунке представлено 0.05 изменение  $P_{loss}$  при t = [0; 200] в 0.04

K

0.878

1.986

зависимости от начального

Фаза 1

Фаза 2

состояния системы: 1)  $P_{000}(0) = 1$ ,

 $P_{2.5.2}(0) = 1$ 3)  $P_{6.11.4}(0) = 1$ ,

4)  $P_{3.5.0}(0) = 1$ ,

5)  $P_{6,10,0}(0) = 1$ .

P<sub>loss</sub>

0.242

25 50  $P_{lock}$  $P_{lock}$ 2.355 0.243

0.109

0,02 0,01 100 125 150 175 Стационарные характеристики системы при t = 200

Phase 3 2.848 0  $P_{loss}$  – вероятность отказа,  $P_{lock}$  – вероятность блокировки каналов,

7.093

K – среднее число работающий каналов, L – средняя длина очереди.

0,03

75

0.393

#### Вычислительный эксперимент 2

5)  $P_{6,10.0}(0) = 1$ .

Изучим работу многофазной СМО при повышении интенсивности поступления заявок на 15% в течении 24 виртуальных часов.

$$D_0 = \begin{pmatrix} -0,2323 & 0 \\ 0 & -0,2507 \end{pmatrix}, D_1 = \begin{pmatrix} 0,1442 & 0,0881 \\ 0,1445 & 0,1062 \end{pmatrix}$$
 (4)

На промежутке t = [5;29] входящий  $\begin{vmatrix} 1 & p \\ 0.9 \end{vmatrix}$  -1 -2 -3 -4 -5 -6 0,08 поток задается матрицами (4), в 0.07 0,06 остальное время – матрицами (3). 0.05 На рисунке представлены графики 0.04  $P_{loss}$  в зависимости от начального 0,03 0.02 состояния системы: 0.01 1)  $P_{000}(0) = 1$ , 30 40 50 60 70 80 90 100  $P_{2.5.2}(0) = 1,$ 3)  $P_{6,11,4}(0) = 1$ , 4)  $P_{3.5.0}(0) = 1$ ,

150

100

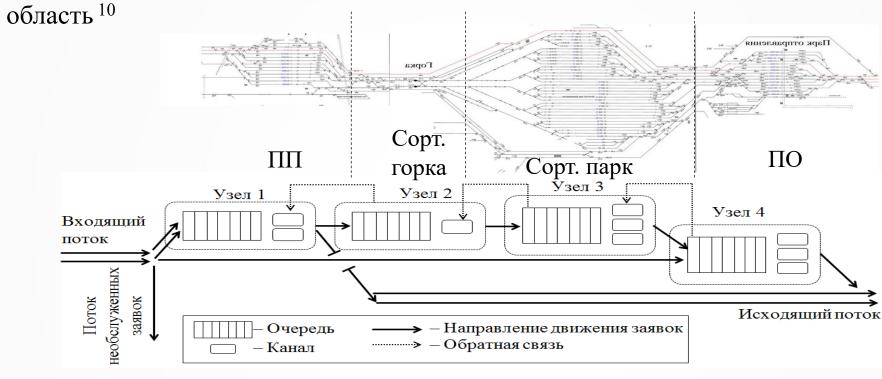
175

200

#### Результаты моделирования

- Продолжительность переходных процессов является значимым фактором для железнодорожных станций. Минимальное время входа в стационарный режим составляет более четырех суток.
- Необходимо учитывать загрузку системы в начальный момент времени для оценки ее пропускной способности. В частности, после устранения аварии на грузовом дворе, что соответствует случаю полной загрузки фаз 2 и 3, период восстановления работы станции составляет более пяти суток, а вероятность отказа увеличивается в два раза по сравнению с предельными значениями.
- Если повышение объемов поездопотоков незначительно и имеет относительно малую длительность, то в большинстве случаев оно компенсируется вместимостью системы. Однако при высокой ее загрузке, в частности, после аварий, такое повышение приведет к быстрому переполнению парка прибытия и перегрузке в целом.

#### 3) Сортировочная станция Екатеринбург-Сортировочный, Свердловская

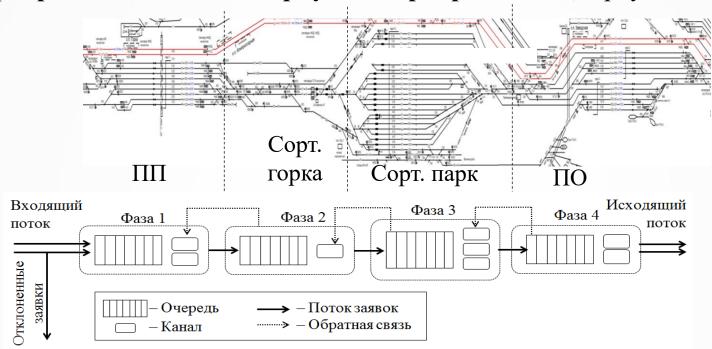


**Модель:** Узел 1 -  $BMAP / G^{X_1} / 2 / 716$ ; Узел 2 - \*/ $G^{X_2} / 1 / 100$ ;

Узел 3 - \*/  $G^{X_3}$  / 3 / 2535; Узел 4 - \*/  $G^{X_4}$  / 3 / 980

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> Жарков М.Л., Павидис М.М. Моделирование сортировочных станций железнодорожной сети методами теории массового обслуживания // Надежность. 2021. Т. 21. № 3. **25** 

#### **4) Сортировочная станция Иркутск-Сортировочный,** Иркутская область <sup>11</sup>

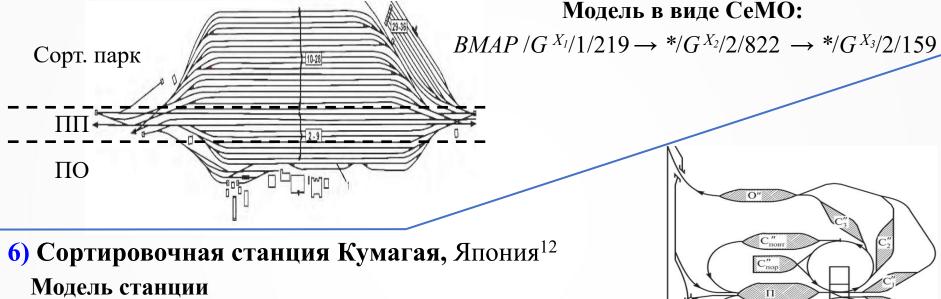


#### Модель работы в виде СеМО

 $BMAP / G^{X_1} / 2 / 720 \rightarrow */G^{X_2} / 1 / 90 \rightarrow */G^{X_3} / 3 / 3500 \rightarrow */G^{X_4} / 2 / 750$ 

<sup>11</sup> Zharkov M., Lempert A., Pavidis M. Simulation of Railway Marshalling Yards Based on Four-Phase Queuing Systems // In: Dudin A., Nazarov A., Moiseev A. (eds) ITMM. Queueing Theory and Applications. CCIS. 2020. Vol. 1391. Springer, Cham.

## **5)** Сортировочная станция Ниш, Сербия<sup>12</sup>



 $BMAP/G^{X_1}/n_1/m_1 \to */G^{X_2}/n_2/m_2 \to */G^{X_3}/n_3/m_3$ 

#### Модель парков повторного обслуживания

 $BMAP/G^{X_1}/n_1/m_2 \rightarrow */G^{X_2}/n_2/m_2$ 

Кольцевой раздаточный

<sup>12</sup> Жарков М.Л., Лемперт А.А., Павидис М.М. Моделирование зарубежных сортировочных станций на основе теории массового обслуживания // Вестник УрГУПС. 2019. №3 (43).

## Моделирование двухпутных железнодорожных участков

### Свойства железнодорожного участка:

- Имеется несколько станций разных типов;
- Поезда между соседними станциями следуют по одному и более пути;
- От типа станции зависит число подсистем (парков), которые обладают различной пропускной способностью и вместимостью.

Модель движения поездов по участку железнодорожной сети строится в виде **СеМО** с несколькими независимыми входящими потоками заявок, в том числе и с ВМАР-потоками. Под заявкой понимается поезд целиком.

**Работа станций** в зависимости от типа моделируются **одной и более многоканальными СМО без очереди (узлами СеМО)**, где каналом обслуживания считается отдельный путь. Каналы обслуживают заявки по одной.

Путь между станциями (перегон) моделируется двумя одноканальными СМО без очереди. Время обслуживания в этих СМО – время движения поездов по данному пути.

## 7) Иркутский железнодорожный узел

Применим предложенный подход для моделирования участка железнодорожной сети в Иркутской области.

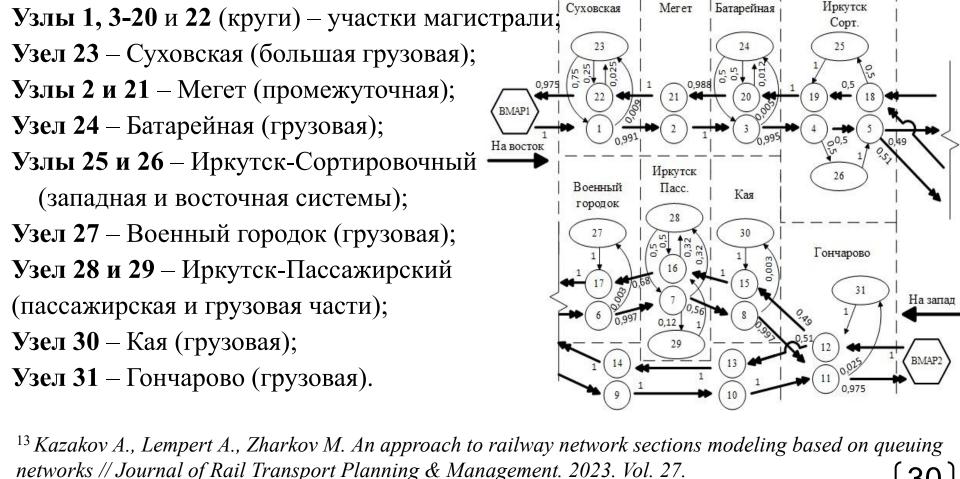
- Он включает следующие станции: 1.Суховская (большая грузовая)
- 2. Мегет (промежуточная)
- 3.Батарейная (грузовая)
- 4. Иркутск-Сортировочный (сортировочная)
- 5.Военный городок (грузовая)
- 6. Иркутск-Пассажирский (пассажирская и грузовая)
- 7.Кая (грузовая)
- 8.Гончарово (грузовая)

направлениях.

По плану в среднем в сутки через участок проходит

транзитных, 16 местных и 18 пассажирских поездов в восточном и столько же в западном





**Модель** включает **31 узел**<sup>13</sup>:

#### Вычислительный эксперимент 1

В таблице представлены результаты моделирования при текущем поездопотоке, т.е. 119 поездов в сутки или 4,96 поезда в час для каждого направления.

Виртуальное время моделирования составило 30 дней.

	Node 3	Node 4	Node 5	Node 6	Node 12	Node 15	Поступило	заявок
K	0,68	0,55	0,65	0,39	0,75	0,40	7101	,0
$T_{node}$ (мин.)	21,28	40,86	23,66	9,47	9,98	9,85	Отклонено	заявок
$T_l$	84,8	941,4	2746,4	1669,6	3539,8	2360,8	5,3	
	Node 19	Node 21	Node 25	Node 26	Node 28	Node 29	D	0,0008
K	0,61	0,49	3,99	3,99	1,16	0,97	$P_{loss}$	
$T_{node}$ (мин.)	21,83	6,02	920,28	961,76	3270,82	664,82	$T_W$ (ч.)	2,21
$T_l$	234,2	1817,5	450,0	495,2	1768,8	497,8	$T_E$ (ч.)	1,66

Здесь:  $T_W$  – среднее время прохождения поезда по главному ходу;  $T_E$  – среднее время прохождения поезда по участку через обходной путь; K — среднее число работающих каналов в узле;  $T_{node}$  — среднее время пребывания заявки в узле;  $T_l$ продолжительность блокировки каналов узла за все время моделирования (31)

#### Вычислительный эксперимент 2

В таблице представлены результаты моделирования при увеличении объемов транзитных поездопотоков на 15%, т.е. 87 и 82 грузовых поездов в сутки для восточного и западного направлений соответственно. Также увеличим поездопоток, который проходит через обходной путь на 20%.

	N. 1 0	<b>N</b> T <b>1</b> 4			37 1 40	NT 1 4 F	-	
	Node 3	Node 4	Node 5	Node 6	Node 12	Node 15	Поступило	э заявок
K	0,73	0,76	0,78	0,39	0,84	0,41	7758,5	
T <sub>node</sub> (мин.)	20,88	21,63	23,89	9,54	10,37	9,88	Отклонено	заявок
$T_{l}$	258,8	1738,4	2881,8	1840,2	4301,0	2442,4	2,3	
	Node 19	Node 21	Node 25	Node 26	Node 28	Node 29	D	0,0003
K	0,75	0,52	3,98	3,98	1,19	0,98	$P_{loss}$	
$T_{node}$ (мин.)	22,11	5,70	976,13	1000,48	3397,68	677,15	$T_W$ (ч.)	1,89
$T_{I}$	143.0	0	724.4	768.4	1858.6	529.2	$T_{\scriptscriptstyle E}$ (ч.)	1.69

Время движения поезда по главному ходу на 17.5% в среднем ( $T_W$ ,  $T_E$ ), при этом загрузка обходного пути увеличилась незначительно, на 2%. Появились и негативные эффекты: загрузка станции Иркутск-Сортировочный приблизилась к максимальной; общее время «простоя» в сутки увеличилось на 7.8% в целом. (32)

#### Результаты моделирования

станции Иркутск-Сортировочный.

При текущем плановом поездопотоке (119 пар п./сут.) Иркутский железнодорожный узел имеет достаточную пропускную способность. Среднее число работающих каналов (*K*) в Узлах 25 и 26 приближается к максимальному их числу (4 шт.), следовательно загрузка станции Иркутск-Сортировочный близка к максимальной. При увеличении объемов транзитных поездопотоков на 15% (131 пар п./сут.)

среднее время «простоя» в сутки составляет  $\sum_{k=0}^{11} T_1/30/131 = 2$  мин. на поезд. Этот

«простой» образуется из-за загрузки станции Иркутск-Сортировочный, а также из-за

значительного местного поездопотока на главном ходу. При увеличении объемов транзитных поездопотоков на 15% и росте доли поездов, следующих по обходному пути на 20%, среднее время «простоя» составляет 1,66 мин. на поезд. При этом загрузка обходного пути увеличилась незначительно, на 2%. Таким образом, Иркутский железнодорожный узел имеет запас пропускной способности, благодаря которому возможно увеличить объем потока транзитных

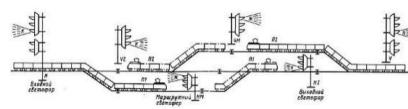
поездов на 15%. Однако для этого потребуется перенаправить большую часть

грузовых поездов по обходному пути и оптимизировать технологические процессы на

### Моделирование однопутных железнодорожных участков

Поезда следуют между станциями по одному пути в двух направлениях. Поэтому для увеличения пропускной способности линий применяются:

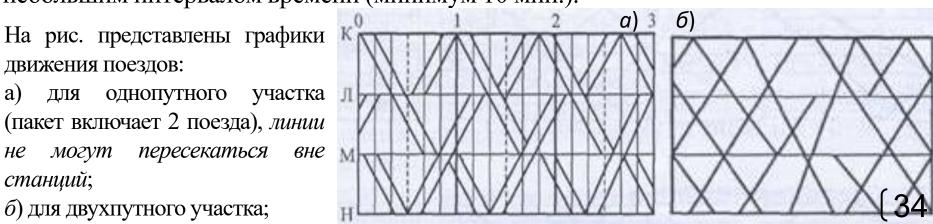
1. «Разъезды» - небольшие станции с 2 или 3 предназначенные путями, ДЛЯ пропуска встречных поездов на перегоне располагаются.



2. Частично-пакетный график. В этом случае поезда поступают (отправляются) на станцию группами от 1 до 3 поездов, следующих друг за другом с относительно небольшим интервалом времени (минимум 10 мин.).

движения поездов: ОДНОПУТНОГО участка (пакет включает 2 поезда), линии могут пересекаться вне станций;

 $\delta$ ) для двухпутного участка;



Для моделирования движения поездов по однопутному железнодорожному участку применяется полуоткрытая сеть массового обслуживания (ПСеМО). В ней часть заявок поступают из внешнего источника (внешние) и покидают систему после обслуживания, другая часть циркулирует внутри системы и не может ее покинуть (внутренние). За счет такого подхода учитываются движение транзитных поездов через участок и местных поездов, число которых фиксировано, а маршрут является кольцевым.

Каждый узел ПСеМО описывает структурный элемент участка.

**Различные маршруты** движения поездов по участку учитываются с помощью нескольких типов заявок.







**Для описания входящих материальных потоков** применяется **ВММАР-поток** — модификация ВМАР-потока, допускающая поступление групп заявок с заданным типом.

### Моделирование однопутных железнодорожных участков

8) Железнодорожный участок Киренга — Северобайкальск — Новый Уоян, далее - Северобайкальский участок <sup>14</sup>.

#### Характеристики:

- Протяженность 351 км, которых **231 км однопутные**,
- На нем расположено **8 станций** (белые круги), **15 разъездов** (черные круги) и 4 тоннеля,
- Участок проходит по Байкальской природной территории, 36 км вдоль берега Байкала.

Киренга Новый Уоян IIIIIIСеверобайкальск I – Центральная II – Буферная III – Экологическая зона атмосферного экологическая зона экологическая зона влияния

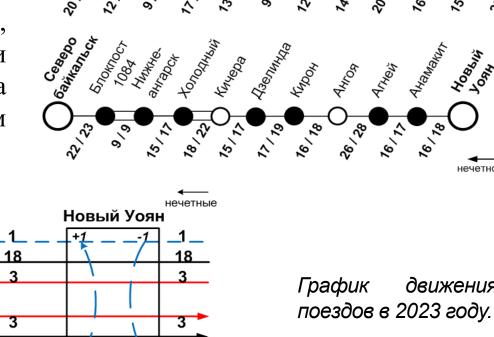
(36

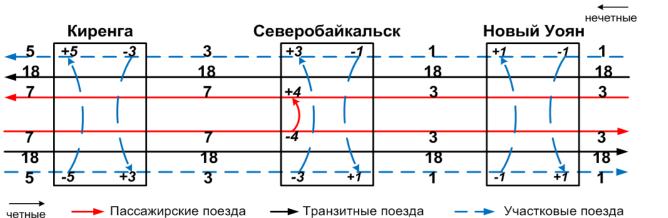
<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> Bychkov I., Kazakov A., Lempert A., Zharkov M., Modeling and Numerical Analysis of the Severobaikalsk Section of the Baikal–Amur Mainline Considering Environmental Points // Sustainability. 2025. Vol. 17(2).

#### Структура Северобайкальского участка Luberina Участок включает: 0/10 8 станций (белые круги);

**15 разъездов** (черные круги) – станций, путей имеющих ДО трех И предназначенных пропуска ДЛЯ поездов ОДНОПУТНОМ встречных при

движении.





движения

#### Математическое описание входящих поездопотоков

Поезда на рассматриваемый участок поступают с двух направлений, каждое из которых описывается отдельным ВММАР-потоком:

ВММАР-1 — нечетные направление, 30 поездов/сут. (п./сут.)

$$D_0 = \begin{pmatrix} -1,209 & 0 \\ 0 & -1,384 \end{pmatrix}, D_1^{(1)} = \begin{pmatrix} 0,7724 & 0,2347 \\ 1,0615 & 0,3225 \end{pmatrix}, D_1^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$D_1^{(3)} = \begin{pmatrix} 0.1549 & 0.0470 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, D_1^{(4)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$D_0 = \begin{pmatrix} -0.899 & 0 \\ 0 & -1.028 \end{pmatrix}, D_1^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, D_1^{(2)} = \begin{pmatrix} 0.7410 & 0.1166 \\ 0.8882 & 0.1398 \end{pmatrix}, \tag{6}$$

 $D_1^{(3)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, D_1^{(4)} = \begin{pmatrix} 0,0357 & 0,0056 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$  Верхние строки в матрицах описывают поступление грузовых поездо

Верхние строки в матрицах описывают поступление грузовых поездов, а нижние – пассажирских.

#### Математическое описание движения поездов Работа крупных станций моделируются несколькими узлами CeMO:

1/G/5/2; Узел 3 (грузовой двор) — BMMAP-1/G/5/3.

Небольшие станции (до 5 путей) описываются одним узлом:

Узел 29 (местн.) – \*/G/1/0; Узел 30 (грузовой двор) – \*/G/1/0. **Новый Уоян – 3 узла**: Узел 49 (пасс.) – BMMAP-2/G/3/0; Узел 50 (транзит) – BMMAP-2/G/6/0; Узел 51 (грузовой двор) – BMMAP-2/G/1/1.

**Северобайкальск** – 4 узла: Узел 27 (пасс.) – \*/G/4/0; Узел 28 (транзит) – \*/G/9/0;

**Киренга** – **3** узла: Узел 1 (пасс.) – BMMAP-1/G/1/2; Узел 2 (транзит) – BMMAP-

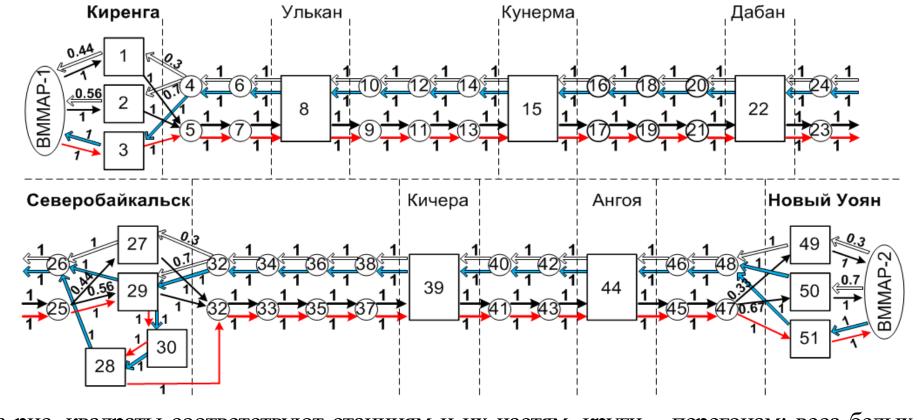
Улькан и Кичера (Узлы 8 и 39) – \*/M/5/0; Кунерма (Узел 15) – \*/M/3/0; Дабан и Ангоя (Узлы 22 и 44) – \*/M/4/0.

**Число каналов** в СМО равно **количеству путей** в соответствующем парке или станции.

Перегоны описываются парами узлов — одноканальными СМО. Использование двух узлов позволяет отобразить в модели ситуацию, когда поезд останавливается на разъезде и пропускает встречный поезд.

(39)

#### Математическое описание маршрутов поездов



На рис. квадраты соответствуют станциям и их частям, круги — перегонам; веса белых стрелок задают ненулевые элементы маршрутной матрицы  $P_1$ , веса черных стрелок —  $P_2$ , веса синих стрелок —  $P_3$ , веса красных стрелок —  $P_4$ .

#### Вычислительный эксперимент 1

Оценка загрузки объекта при целевых параметрах в 2023 году (52 п./сут.), нахождение максимальной пропускной способности участка и узких мест в его структуре. Виртуальное время моделирования 60 дней.

		D	V	$P_{loss}$	$T_1$ (ч.)	$T_2$ (ч.)	$T_b$ (мин.)	$max b_y$ (мин.)
	1	51.6	3095.7	0.0077	8.66	8.97	72.38	38.88 (Узел 29)
	2	54.7	3281.0	0.0085	8.66	9.02	77.87	44.05 (Узел 29)
Эесь	$u \partial a$	iee: <b>D</b> –	спелнее ч	исло пост	гупивши	х заявок	в сутки:	V – сумма заяво

3 десь и далее:**D**– среднее число поступивших заявок в сутки; <math>V – сумма заявок, поступивших в систему;  $T_1$  и  $T_2$  – среднее время пребывания заявок в CeMO, которые описывают движение пассажирских и транзитных грузовых поездов в нечетном и четном направлениях;  $T_b$  – среднее суммарное время (в мин) блокировки одной заявки при прохождении всех узлов в одном направлении;  $max\ b_v$  — максимальное среднее значение времени блокировки среди всех узлов.

Северобайкальский участок имеет запас пропускной способности на 6,5% больше расчетной, что позволяет пропустить по нему до 27 пар п./сут. в штатном режиме. На участке имеются три узких места: перегоны Гоуджекит -Северобайкальск; Северобайкальск – Блокпост и Ангоя – Агней.

#### Вычислительный эксперимент 2

Оценка эффективности применения частично пакетного графика движения поездов. Четверть транзитных грузовых поездов прибывают в составе пакета, включающий 2 поезда. Пассажирские и местные грузовые поезда в пакеты не включаются.

	<b>C</b>	D	V	$P_{loss}$	<i>T</i> <sub>1</sub> (ч.)	$T_2$ (ч.)	$T_b$ (мин.)	$max b_y$ (мин.)
1	43,3	50,0	2596,5	0,0074	9,15	8,98	47,28	14,93 (Узел 27)
2	44,6	51,8	2678,3	0,0105	9,29	9,12	50,79	15,74 (Узел 27)

Здесь: C — среднее число поступивших групп заявок в сутки.

Введение частично пакетного графика движения позволяет уменьшить время блокировки работы каналов на 29.8% в среднем для каждого узла по сравнению с экспериментом 1.

Тем не менее, вероятность отказа, наоборот, значительно выше, из-за недостаточной вместимостью узлов 1, 2, 49 и 50, т.е. недостаточным количеством путей на станциях Киренга и Новый Уоян.

### Результаты исследования Северобайкальского участка

Введение графика частично пакетного нецелесообразно, поскольку не позволяет увеличить пропускную способность сколь-нибуді существенно.

Северобайкальск – Блокпост и Ангоя – Агней.

Наиболее логичным видится создание на трех проблемных перегонах двухпутного сообщения,

способность участка с 26 до 32 пар п./сут. В этом случае потребуется проложить 65 км путей и расширить четыре

туннеля, которые проходят вдоль берега Байкала. Единственным эффективным способом существенно увеличить пропускную

способность остается создание двухпутного сообщения на всем участке.

Проблемные перегоны: Тыя — Северобайкальск Структурная схема участка с что в результате позволит увеличить пропускную изображением найденных узких мест

## Заключение

В докладе представлена методика моделирования работы транспортных систем, которая основа на теории массового обслуживания. Отличительная особенность методики заключается в следующем.

- Для описания поступающих материальных потоков применяются сложные потоки

- заявок, в частности, модель ВМАР-поток.
   Для отображения процесса движения материальных потоков по системе используются сети массового обслуживания с разными типами узлов.
- Анализ получаемых моделей выполняется с помощью имитационного моделирования.

Разработанный программно-алгоритмического инструментарий был использован для исследования различных по структуре и назначению транспортных объектов. На основе полученных результатов показано, что методы теории массового обслуживания в настоящее время актуальны и являются эффективным инструментом анализа и прогнозирования широкого спектра транспортных систем.

(44)

