

КРАТКОЕ ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ВЕЛИЧИН И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ

Н.М. Маркович, д. физ-мат. наук, глав. н. с.

Дается краткое введение, обзор результатов и области применения теории экстремальных величин, сравнительно нового и быстро развивающегося раздела теории вероятностей и статистики. Среди базовых теорем упоминаются теорема Фишера-Типшета-Гнеденко и теорема Пикандса. Указанная теория имеет широкое применение в исследовании климата, экологии, геологии, финансов и страхования, телекоммуникаций, социально-информационных, энергетических систем, эпидемиологии, астрофизики и др.. Среди новых направлений - машинное обучение и распознавание нетипичных аномальных наблюдений, эволюция случайных графов и сетей, перколяция, графические модели для исследования многомерных случайных процессов.

Важной практической задачей является идентификация тяжелых хвостов в данных. Среди статистических методов такого распознавания обсуждаются

- (1) непараметрические методы оценивания индекса экстремальной величины;
- (2) функции среднего превышения уровня;
- (3) графики отношения максимумов к суммам;
- (4) графики квантиль-квантиль.

Обсуждаются новые направления и задачи, среди которых

- (1) изучения кластеров превышения уровня для случайных последовательностей (временных рядов), теория и практика;
- (2) случайные сети и моделирующие их случайные графы, моделирование их эволюции, распространение информации в сетях, выявление лидирующих сообществ;
- (3) влияние стратегии эволюционирования, удаления узлов и связей в ходе эволюции на распределения мер влиятельности узлов;
- (4) машинное обучение для разбиения на сообщества, распознавания аномальных наблюдений (Machine learning for anomaly detection);

- (5) анализ рисков в климатологии, гидрологии, финансах, страховании, медицине и др.

Обсуждаются новые результаты автора, среди которых

- (1) распределения размеров кластеров и межкластеров превышения достаточно высокого уровня случайной последовательностью [1], [2],[3];
- (2) распределения продолжительности кластеров и интервалов возврата [1], [2],[3];
- (3) получение хвостовых и экстремальных индексов сумм и максимумов случайных последовательностей случайной длины [4], [5];
- (4) классификация случайных графов, прогноз изменения хвостовых и экстремальных индексов характеристик влиятельности узлов графов в ходе эволюции в работе [6] с использованием результатов работ [4], [5].

Работа проводилась при поддержке гранта РФФ 22-21-00177.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Markovich N.M. *Modeling clusters of extreme values*. Extremes, 17(1), 97–125, 2014.
- [2] Markovich N.M. *Erratum to: modeling clusters of extreme values*. Extremes, 19(1), 139–142, 2016.
- [3] Markovich N.M. *Clusters of extremes: modeling and examples*. Extremes, 20, 519–538, 2017.
- [4] Markovich N.M., Rodionov I.V. *Maxima and sums of non-stationary random length sequences*. Extremes, 23(3), 451-464, 2020.
- [5] Markovich N.M. *Weighted maxima and sums of non-stationary random length sequences in heavy-tailed models*. arXiv: 2209.08485v [math.ST] 18 Sep 2022
- [6] Markovich N.M. *Extremal properties of evolving networks: local dependence and heavy tails*. Annals of Operation Research (Q1) DOI: 10.1007/s10479-023-05175-y

ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ ИМ. В.А. ТРАПЕЗНИКОВА РАН, 117997, МОСКВА,
ПРОФСОЮЗНАЯ УЛ., 65, NAT.MARKOVICH@GMAIL.COM