22 апреля 2025
ТГУ, Томск
Школа ТМО

Математическая теория телетрафика и ее применения к анализу производительности сетей телекоммуникаций

Самуйлов Константин Евгеньевич
Директор Института компьютерных наук и телекоммуникаций РУДН

Содержание

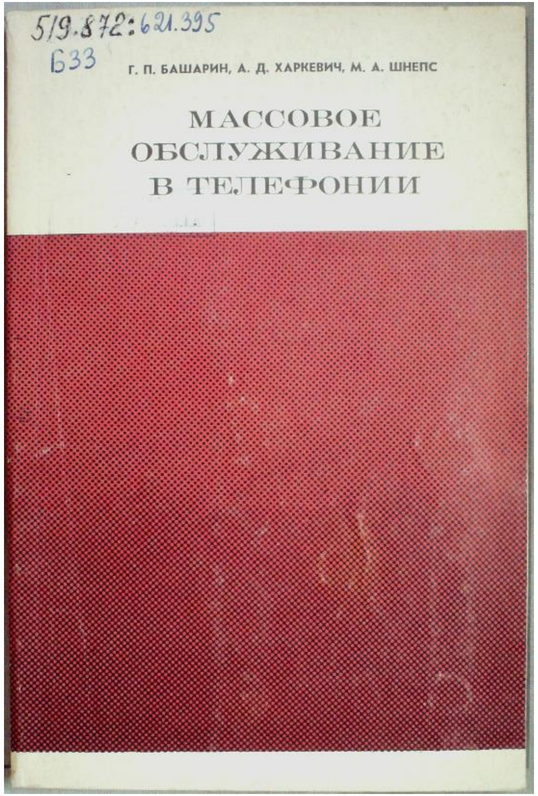
Математическая теория телетрафика

Теория телетрафика – инженерная дисциплина, *предметом* которой являются процессы обслуживания системами распределения информации потоков сообщений и их численные характеристики. *Объектом исследований* являются системы и сети телекоммуникаций. *Математические методы* – теория массового обслуживания, статистика. Методы ТТ позволяют рассчитывать характеристики QoS, управлять параметрами QoS реальных сетей и измерять их с целью проектирования сетей.

Математическая теория телетрафика – прикладная математическая дисциплина, *предметом* которой являются математические модели и методы анализа производительности систем и сетей телекоммуникаций. Основным *объектом* исследований являются СМО и СеМО. Математические методы - марковские процессы и цепи Маркова, процессы восстановления, матрично-аналитические методы решения систем уравнений равновесия (СУР). Методы МТТ позволяют рассчитывать вероятностно-временные характеристики (ВВХ) моделей с целью оценки характеристик QoS сетей телекоммуникаций.

Теория = уровень познания, на котором обобщаются и систематизируются знания о предмете исследования и формулируются понятия, категории, суждения, умозаключения.

Книга «БХШ» 1968 г.

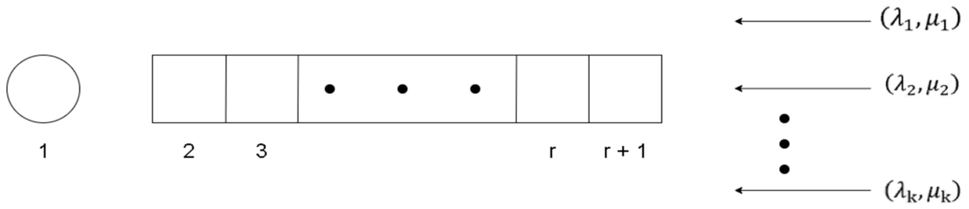


СМО M/M/1/r

Однородный во времени марковский процесс $\{x(t), 0 \leq t < \infty\}$, описывающий действие рассматриваемой однолинейной системы массового обслуживания, может быть определен над пространством Ω, состоящим из следующих элементарных микросостояний:

$$\Omega = \{(0), (\mathrm{i}, q), i = \overline{1, k}, q = \overline{0, r}\},$$

где (0) соответствует полностью свободной системе; i - номер вида обслуживаемой заявки; q- число заявок в очереди безотносительно к их виду; r - число мест для ожидания $(r \geq 1)$



Пространство состояний

Обозначим число заявок в состоянии $w \in \Omega$ через α, где

$$\alpha = \begin{cases} 0, & \text{если система пуста} \\ q+1, & \text{если система не пуста}, q = \overline{0, r} \end{cases}$$

и объединим все микросостояния с α заявками в одно макросостояние Ω_α, $\alpha = \overline{0, r+1}$

Поскольку

$$|\Omega_\alpha| = \begin{cases} 1, \alpha = 0; \\ k, \alpha = \overline{1, r+1}, \end{cases}$$

а Ω естественным образом разлагается на прямую сумму непересекающихся подмножеств

$$\Omega = \bigcup_{\alpha=0}^{r+1} \Omega_\alpha, \qquad \text{то } |\Omega| = 1 + k(r+1)$$

Вывод уравнений равновесия

$$0 = -\Lambda[0] + \sum_{j=1}^{k} \mu_j [j,0]\,;$$

$$0 = -(\Lambda + \mu_i)[i,0] + \lambda_i [0] + \frac{\lambda_i}{\Lambda} \sum_{j=1}^{k} \mu_j [j,1]\,,\ i = \overline{1,k};$$

$$0 = -(\Lambda + \mu_i)[i,q] + \Lambda[i,q-1] + \frac{\lambda_i}{\Lambda} \sum_{\mathrm{j}=1}^{k} \mu_j [j,q+1]\,,\ i = \overline{1,k},$$

$$q = \overline{1,r-1};$$

$$0 = -\mu_i [i,r] + \Lambda[i,r-1],\ i = \overline{1,k},\ 1 \leq r < \infty;$$

с нормировочным условием

$$[0] + \sum_{i=1}^{k} \sum_{q\,=\,0}^{r} [i,q] = 1.$$

(1.5)

Вспомогательные результаты (1/2)

Лемма 1.1.

Если $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & d_k \end{pmatrix}$ – невырожденная диагональная матрица порядка k,

а $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_k \end{pmatrix}$ и $\boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_k \end{pmatrix}$ – произвольные k-мерные векторы-столбцы $(k \geq 1)$,

то

$$\det(\mathbf{D} + \mathbf{x}\mathbf{y}') = (1 + \mathbf{x}'\mathbf{D}^{-1}\mathbf{y})\det\mathbf{D}$$

Вспомогательные результаты (2/2)

Лемма 1.2.

Если $\mathbf{D}$ – невырожденная диагональная матрица порядка k, а $\mathbf{x}$ и $\mathbf{y}$ – произвольные k-мерные векторы-столбцы $(k \geq 1)$, то при выполнении условия

$$\mathbf{x}'\mathbf{D}^{-1}\mathbf{y} \neq -1$$

матрица $(\mathbf{D} + \mathbf{x}\boldsymbol{y}')^{-1}$ существует и равна

$$(\mathbf{D} + \mathbf{x}\boldsymbol{y}')^{-1} = \mathbf{D}^{-1} - \frac{\mathbf{D}^{-1}\mathbf{x}\mathbf{y}'\mathbf{D}^{-1}}{1 + \mathbf{x}'\mathbf{D}^{-1}\mathbf{y}}$$

Вывод стационарного распределения (1/4)

Теорема 1.1. Стационарное распределение $\{[0],\ [i,\ q],\ i = \overline{1,k};\ q = \overline{0,r}\}$ при любой дисциплине $\mathrm{d_u} \in \mathrm{d}$ вычисляется по следующим рекуррентным формулам:

$$[i,\ 0] = \frac{1}{1-\alpha_1} \cdot \frac{\lambda_i}{\Lambda+\mu_i}[0],\ i = \overline{1,k}; \tag{3.1}$$

$$[i,\ q] = \frac{\Lambda}{\Lambda+\mu_i}[i,\ q-1] + \frac{\lambda_i\Lambda}{(1-\alpha_1)(\Lambda+\mu_i)}\sum_{j=1}^{k}\frac{[j,q-1]}{\Lambda+\mu_j},\ i = \overline{1,k},$$

$$q = \overline{1,r-1}; \tag{3.2}$$

$$[i,\ r] = \frac{\Lambda}{\mu_i}[i,\ r-1],\ \ i = \overline{1,k}, \tag{3.3}$$

где [0] определяется из нормировочного условия

$$1 = [0] + [\cdot,\ \ \cdot]. \tag{3.4}$$

Вывод стационарного распределения (2/4)

Введем вектора $\mathbf{v} = \mathbf{D}^{-1}\mathbf{1} = \begin{pmatrix} \frac{\lambda_1}{\lambda+\mu_1} \\ \vdots \\ \frac{\lambda_k}{\Lambda+\mu_k} \end{pmatrix}$, $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\lambda+\mu_1} \\ \vdots \\ \frac{1}{\Lambda+\mu_k} \end{pmatrix}$

и матрицы $\mathbf{B}_r = \Lambda \begin{pmatrix} \frac{1}{\mu_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{1}{\mu_k} \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \Lambda \begin{pmatrix} \frac{1}{\lambda+\mu_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{1}{\Lambda+\mu_k} \end{pmatrix}$

Вывод стационарного распределения (3/4)

Теорема 1.2. Распределение $\{[i,\ q]\}$ может быть представлено в виде следующего матричного соотношения:

$$\begin{pmatrix} [1,\ q] \\ \vdots \\ [k,\ q] \end{pmatrix} = \begin{cases} \dfrac{[0]}{1-\alpha_1}\mathbf{B}^q\mathbf{v}, & q = \overline{0, r-1} \\ \dfrac{[0]}{1-\alpha_1}\mathbf{B}_\mathrm{r}\mathbf{B}^{r-1}\mathbf{v}, & q = r. \end{cases}$$

Вывод стационарного распределения (4/4)

Следствие. Для $\{[\cdot,\ q]$ и $[\cdot,\ \cdot]\}$ справедливы следующие матричные соотношения:

$$[\cdot,\ q] = \begin{cases} \dfrac{[0]}{1-\alpha_1}\mathbf{1}'\mathbf{B}^q\mathbf{v}, & q = \overline{0, r-1} \\ \dfrac{[0]}{1-\alpha_1}\mathbf{1}'\mathbf{B}_r\mathbf{B}^{r-1}\mathbf{v}, & q = r. \end{cases}$$

$$[\cdot,\ \cdot] = \frac{[0]}{1-\alpha_1}\mathbf{1}'\left(\sum_{q=0}^{r-1}\mathbf{B}^q + \mathrm{B}_r\mathbf{B}^{r-1}\right)\mathbf{v}$$

СМО в случайной среде

СМО в случайной среде – это системы массового обслуживания, параметры функционирования которых зависят от состояния внешней среды.

Анализ таких СМО требует разработки специальных классов случайных процессов.

СМО	**Случайные процессы применяемые для анализа СМО в случайной среде**	**Авторы**
$M/M/1/\infty$	Векторные процессы рождения и гибели (QBD)	M.F. Neuts - 1981
$M/G/1/\infty$	Цепи Маркова типа M/G/1	M.F. Neuts - 1989
$M_k/G_k/1/\infty$	Многомерные цепи Маркова типа M/G/1	В.А. Наумов, К.Е. Самуйлов - 2025

Цепи Маркова типа M/G/1 (1/4)

Состояниями цепи Маркова типа M/G/1 являются элементы множества $Z_+ \times E$, где Z_+ – множество неотрицательных целых чисел, а E – конечное или счётное множество называемое фазовым пространством. Число l называется уровнем состояния (l,s). Матрица переходных вероятностей цепи Маркова типа M/G/1 является верхней блочной матрицей Хессенберга, у которой все блоки вдоль главной диагонали, за исключением самых верхних, совпадают,

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_0 & \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 & \mathbf{B}_3 & \cdots \\ \mathbf{A}_{-1} & \mathbf{A}_0 & \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 & \ddots \\ \mathbf{O} & \mathbf{A}_{-1} & \mathbf{A}_0 & \mathbf{A}_1 & \ddots \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{A}_{-1} & \mathbf{A}_0 & \ddots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \end{bmatrix}$$

Матрица $\mathbf{G}=[g(i,j)]$ цепи Маркова типа M/G/1 — это матрица условных вероятностей $g(i,j)$ того, что в момент первого посещения уровня l цепь Маркова окажется в состоянии (l,j) при условии, что её начальным состоянием является состояние $(l+1,i)$ соседнего верхнего уровня. Матрица $\mathbf{G}$ является минимальным неотрицательным решением уравнения

$$\mathbf{G} = \mathbf{A}_{-1} + \mathbf{A}_0\mathbf{G} + \mathbf{A}_1\mathbf{G}^2 + \mathbf{A}_2\mathbf{G}^3 + \ldots$$

которое может быть получено методом последовательных приближений.

Цепи Маркова типа M/G/1 (2/4)

Уровень 0	Уровень 1	Уровень 2	Уровень 3	Уровень 4		
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\iddots$	
$\{(0,4)\}\times J$	$\{(1,4)\}\times J$	$\{(2,4)\}\times J$	$\{(3,4)\}\times J$	$\{(4,4)\}\times J$	$\cdots$	Уровень 4
$\{(0,3)\}\times J$	$\{(1,3)\}\times J$	$\{(2,3)\}\times J$	$\{(3,3)\}\times J$	$\{(4,3)\}\times J$	$\cdots$	Уровень 3
$\{(0,2)\}\times J$	$\{(1,2)\}\times J$	$\{(2,2)\}\times J$	$\{(3,2)\}\times J$	$\{(4,2)\}\times J$	$\cdots$	Уровень 2
$\{(0,1)\}\times J$	$\{(1,1)\}\times J$	$\{(2,1)\}\times J$	$\{(3,1)\}\times J$	$\{(4,1)\}\times J$	$\cdots$	Уровень 1
$\{(0,0)\}\times J$	$\{(1,0)\}\times J$	$\{(2,0)\}\times J$	$\{(3,0)\}\times J$	$\{(4,0)\}\times J$	$\cdots$	Уровень 0

Подмножества состояний, образующие уровни двумерной цепи Маркова типа M/G/1. Сектор с корнем (3,2) окрашен серым.

Цепи Маркова типа M/G/1 (3/4)

Матрицы вероятностей выхода из сектора $\mathbf{F}_\varepsilon$ и блоки $\mathbf{G}_{\alpha,\beta}$ матрицы $\mathbf{G}$ удовлетворяют следующей системе уравнений

$$\mathbf{F}_\varepsilon = \mathbf{Q}_\varepsilon + \sum_{\delta\in\mathcal{N}} \mathbf{Q}_\delta \mathbf{G}_{\delta,\varepsilon+1} + \sum_{\delta\in\mathcal{N}} \mathbf{Q}_\delta \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{\gamma_1,\ldots,\gamma_i\in\mathcal{N}} \mathbf{G}_{\delta,\gamma_1}\mathbf{G}_{\gamma_1,\gamma_2}\cdots\mathbf{G}_{\gamma_{i-1},\gamma_i}\mathbf{G}_{\gamma_i,\varepsilon+1}, \quad \varepsilon\in\mathcal{E},$$

$$\mathbf{G}_{\alpha,\beta} = \mathbf{F}_{\beta-1-\alpha} + \sum_{\substack{\varepsilon\in\mathcal{E}\\ \ell(\alpha+\varepsilon)=0}} \mathbf{F}_\varepsilon \mathbf{G}_{\alpha+\varepsilon,\beta} + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{\substack{\varepsilon\in\mathcal{E}\\ \ell(\alpha+\varepsilon)=i}} \mathbf{F}_\varepsilon \sum_{\gamma_1,\ldots,\gamma_i\in\mathcal{N}} \mathbf{G}_{\alpha+\varepsilon-i1,\gamma_1}\mathbf{G}_{\gamma_1,\gamma_2}\cdots\mathbf{G}_{\gamma_{i-1},\gamma_i}\mathbf{G}_{\gamma_i,\beta}, \quad \alpha,\beta\in\mathcal{N},$$

где $\mathcal{E} = \{\mathbf{x}\in\mathbb{Z}^M \mid \min x_k = -1\}$ и $\ell(\mathbf{x}) = \min x_k$.

Эта система уравнений может быть решена методом последовательных прибижений. При $M\geq 2$ число требуемых для этого операций существенно меньше, чем в классическом итерационном методе вычисления матрицы $\mathbf{G}$ цепи Маркова типа M/G/1.

Handbuch der Bedienungstheorie (B.W. Gnedenko, D. König)

В 1983 – 1984 г.г. сотрудники РУДН приняли участие в издании двухтомного справочника по теории массового обслуживания под редакцией Б.В. Гнеденко и Д. Кёнига.

Том 1 – Основные понятия и методы, 522 стр.

Том 2 – Формулы и другие результаты, 608 стр.

Handbuch der Bedienungstheorie I

von G. P. Bascharin, J. K. Beljajew, G. Bieber, W. Eschenbach, P. Franken, B. W. Gnedenko, U. Jansen, W. W. Kalaschnikow, B. M. Kirstein, G. P. Klimow, D. König, I. N. Kowalenko, P. Langrock, P. Lorenz, W. A. Naumow, H.-J. Roßberg, W. W. Rykow, V. Schmidt, W. M. Solotarjew, D. Stoyan, J. W. Tschepurin

Handbuch der Bedienungstheorie II

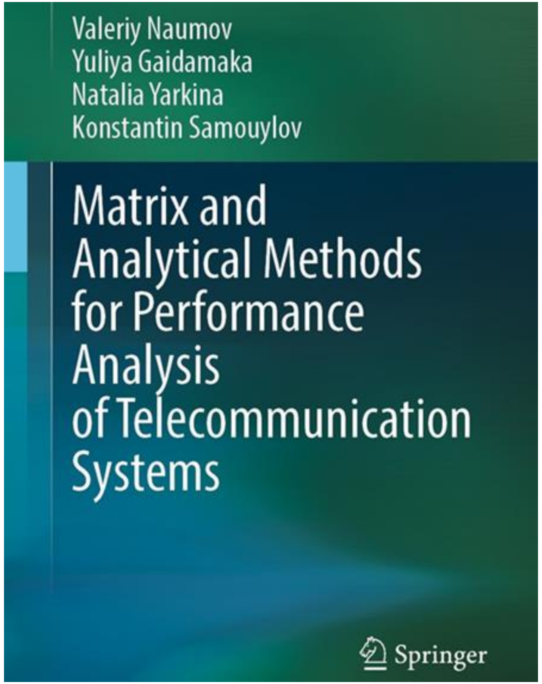
von K. Arndt, U. Arndt, G. P. Bascharin, P. P. Botscharow, W. Eschenbach, P. Franken, U. Jansen, B.-M. Kirstein, G. P. Klimow, D. König, W. A. Kokotuschkin, M. Kotzurek, I. N. Kowalenko, P. Langrock, V. F. Matwejew, W. A. Naumow, W. W. Rykow, V. Schmidt, G. Siegel, A. L. Tolmatschew, W. Warmuth

Матрично-аналитические методы РУДН 2021 г.

” In June 1955 the International Teletraffic Congress (ITC) has been established by the global community of teletraffic scientists and engineers in Copenhagen. After many years of absence, a small delegation of Russian scientists was able to join ITC13, held in Copenhagen in June 1991, once again.”

*”Indeed, not only Sir Isaac Newton, but **all scientists are standing on the shoulders of giants** and they are invited to share their knowledge, ideas, papers, and books. In that summer 1991 the participants of ITC13 have realized once again that their teletraffic research is substantially formed by famous scientists, such as Agner Krarup Erlang, Soren Asmussen, **Gely P. Basharin, Pavel P. Bocharov**, Jacob W. Cohen, Erol Gelenbe, Boris V. Gnedenko, Arne Jensen, Frank P. Kelly, David G. Kendall, Aleksandr J. Khinchin, Gennadi P. Klimov, Andrey N. Kolmogorov, Igor N. Kovalenko, Guy Latouche, Andrey A. Markov, Debasis Mitra, Marcel F. Neuts, Vaidyanathan Ramaswami, Anatoliy V. Skorohod, Ryszard Syski, Lajos Takàcs, Whard Whitt, and Peter Whittle, to name a few of them.”*

Udo R. Krieger



Книги, обзоры, учебники РУДН 1968-2025 гг. (1/3)

1968 Башарин Г.П., Харкевич А.Д., Шнепс М.А. Массовое обслуживание в телефонии. – М.: Наука

1975 Рыков В.В. Управляемые системы массового обслуживания. – Итоги науки и техники. Серия «Теория вероятностей»

1980 Башарин Г.П., Наумов В.А., Кокотушкин В.А. Метод эквивалентных замен в теории телетрафика. – Итоги науки и техники. Серия «Техническая кибернетика»

1983 Башарин Г.П., Толмачев А.Л. Теория сетей массового обслуживания и ее приложения к анализу информационно-вычислительных систем. – Итоги науки и техники. Серия «Теория вероятностей»

1983 Башарин Г.П., Богуславский Л.Б., К.Е. Самуйлов О методах расчета пропускной способности сетей связи ЭВМ. – Итоги науки и техники. Серия «Электросвязь»

1986 Наумов В.А. Численные методы анализа марковских систем. – М.: РУДН

Книги, обзоры, учебники РУДН 1968-2025 гг. (2/3)

1986 Башарин Г.П., Самуйлов К.Е. Методы анализа производительности систем сигнализации по общему каналу. – Итоги науки и техники. Серия «Электросвязь»

1989 Башарин Г.П., Бочаров П.П., Коган Я.А. Анализ очередей в вычислительных сетях: Теория и методы расчета. – М.: Наука

1990 Башарин Г.П. Введение в теорию вероятностей – Учебник М.: РУДН

1995 Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория массового обслуживания. – Учебник М.: РУДН

1997 Башарин Г.П. Начала финансовой математики. – М.: Инфра-М

1999 O. Martikainen, V. Naumov, K. Samuylov Telecommunication Signaling . – Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering, John Wiley & Sons

2005 Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория вероятностей. Математическая статистика. –М.: Физматлит

2007 Наумов В.А., Самуйлов К.Е., Яркина Н.В. Теория телетрафика мультисервисных сетей. – М.: РУДН

Книги, обзоры, учебники РУДН 1968-2025 гг. (3/3)

2009 Башарин Г.П. Лекции по математической теории телетрафика. – М.: РУДН

2015 Наумов В.А., Самуйлов К.Е., Гайдамака Ю.В. Мультипликативные решения конечных цепей Маркова. – М.: РУДН

2018 Печинкин А.В., Разумчик Р.В. Системы массового обслуживания в дискретном времени. – М.: Физматлит

2021 Naumov V., Gaidamaka Yu., Yarkina N., Samouylov K. Matrix and analytical methods for performance analysis of telecommunication systems. – Springer

2022 Молчанов Д.А., Бегишев В.О., Самуйлов К.Е., Кучерявый Е.А. Сети 5G/6G: архитектура, технологии, методы анализа и расчета. – М.: РУДН

2023 Самуйлов К.Е., Шалимов И.А., Кулябов Д.С. Сети и телекоммуникации. Учебник. – М.: Юрайт

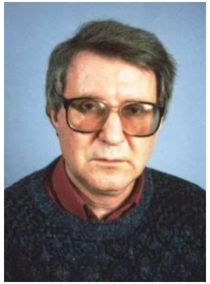
2025 Молчанов Д.А., Бегишев В.О., Сопин Э.С., Самуйлов А.К., Гайдамака Ю.В. Модели для анализа производительности беспроводных сетей 5G/6G. Учебник. – М.: РУДН (в печати)

2025 Кочеткова И.А., Самуйлов К.Е. Мультисервисные системы с приоритетным обслуживанием трафика. – М.: Техносфера (в печати)

Научная школа МТТ - основатели

- Создана математическая теория телетрафика
- Создана теория ресурсных систем массового обслуживания
- Создана теория стохастического анализа сверхплотных сетей 5G/6G с ультрамалыми задержками
- Разработано программное обеспечение узла услуг интеллектуальной сети для компании Telecom Finland
- Разработан расчет плана маршрутизации для междугородной сети взаимоувязанной сети связи РФ для компании ОАО Ростелеком

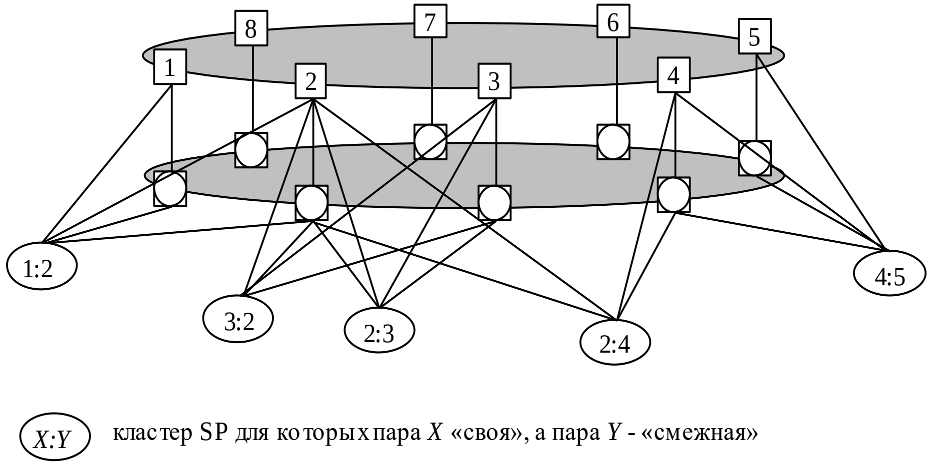
Профессор Башарин Г.П.
1927 – 2018



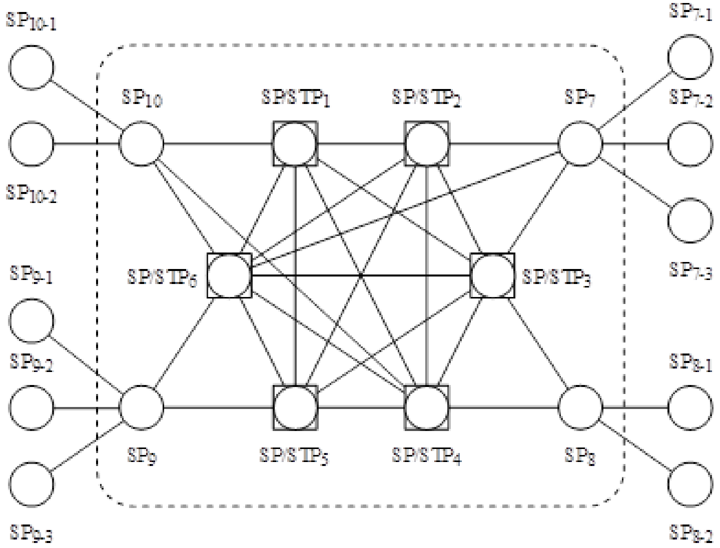
Профессор Бочаров П.П.
1943 - 2006

Профессор Наумов В.А.
р.1950

Расчет маршрутных таблиц сети ОКС7 РФ (1/2)



Структура междугородной сети ОКС7 РФ



Структура сети ОКС7 Московского региона

Расчет маршрутных таблиц сети ОКС7 РФ (2/2)

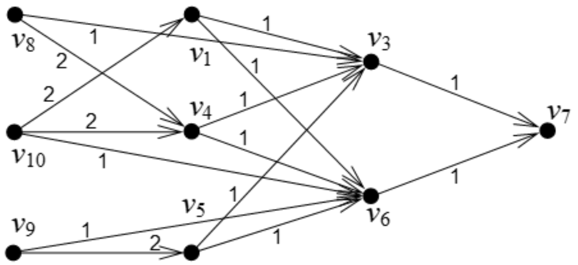


Рис. 4.5. Орграфы с приоритетами выбора направлений передачи

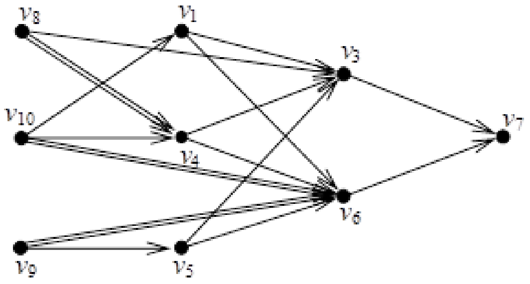


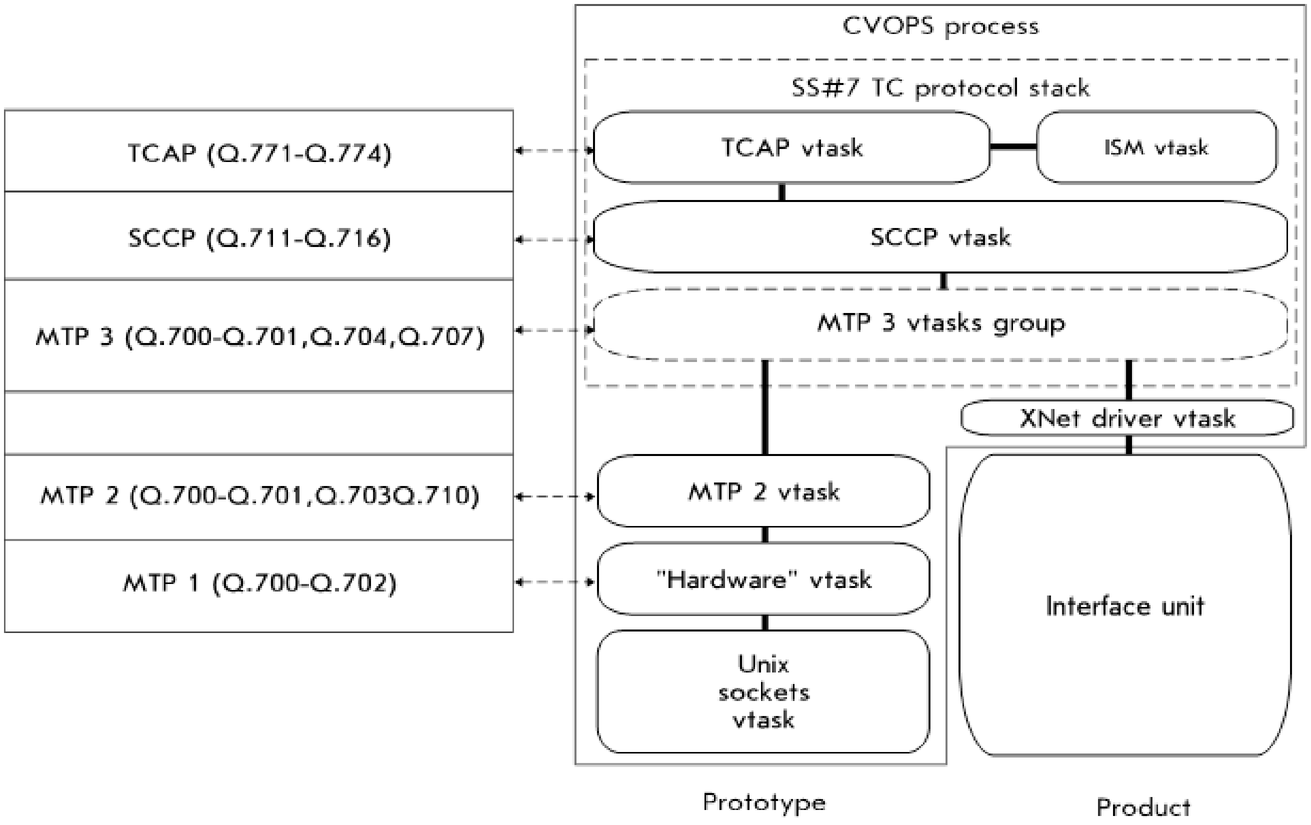
Рис. 4.8. Мультиграф маршрутов

Исходящий пункт	№ пучка ЗС	№ ЗС	Приоритет	Код СЗС	Пункт назначения
STP_4	2	0	1	0X	SP_7
STP_4	4	0	1	1X	SP_7
STP_4	5	0	1	X0	SP_8
STP_4	5	1	1	X1	SP_8
STP_4	3	0	1	0X	SP_9
STP_4	4	0	1	1X	SP_9
STP_4	6	0	1	XX	SP_{10}
STP_4	0	0	2	0X	SP_{10}
STP_4	4	0	2	1X	SP_{10}

Рис. 4.7. Фрагмент маршрутной таблицы STP4

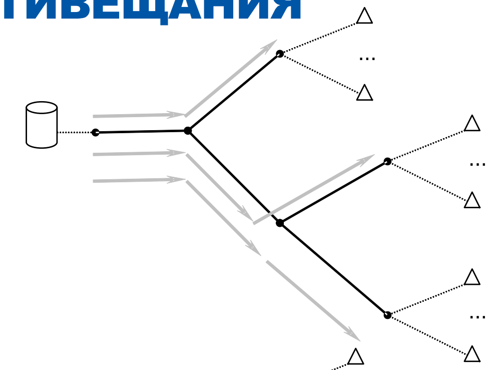
Разработка узла услуг сети GSM компании Telecom Finland

Стек протоколов **Архитектура разработанного ПО**

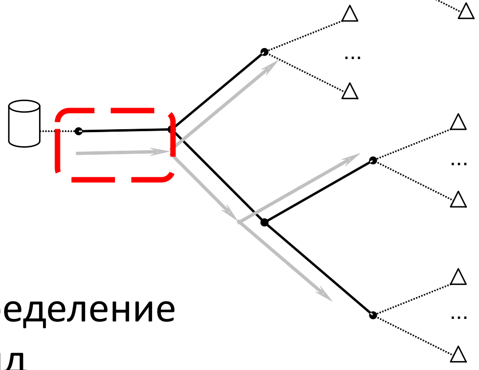


Модель сети мультивещания

одноадресная маршрутизация



многоадресная маршрутизация

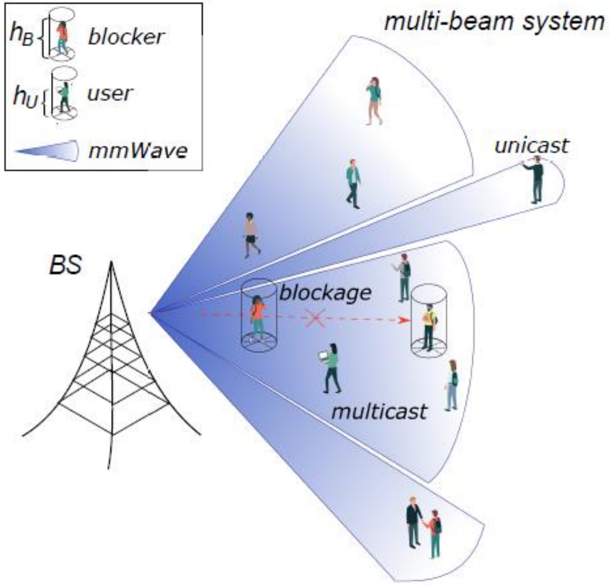


Теорема. Стационарное распределение имеет мультипликативный вид

$$\pi(\mathbf{x}) = \pi(\mathbf{0}) \prod_{s \in \mathrm{S}} \prod_{p \in \mathrm{P}_s} \prod_{m \in \mathrm{M}_s} \rho_{mps}^{x_{mps}}, \quad \mathbf{x} \in \mathrm{X},$$

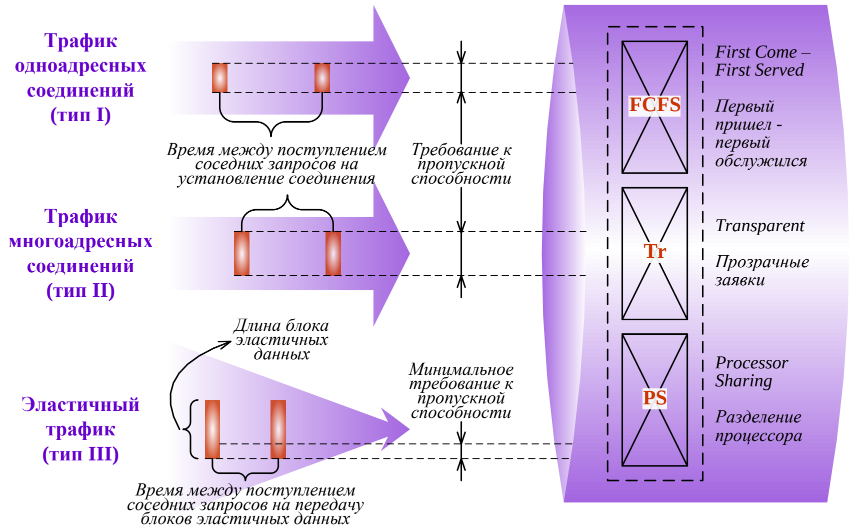
$$\pi^{-1}(\mathbf{0}) = \sum_{\mathbf{x} \in \mathrm{X}} \prod_{s \in \mathrm{S}} \prod_{p \in \mathrm{P}_s} \prod_{m \in \mathrm{M}_s} \rho_{mps}^{x_{mps}}.$$

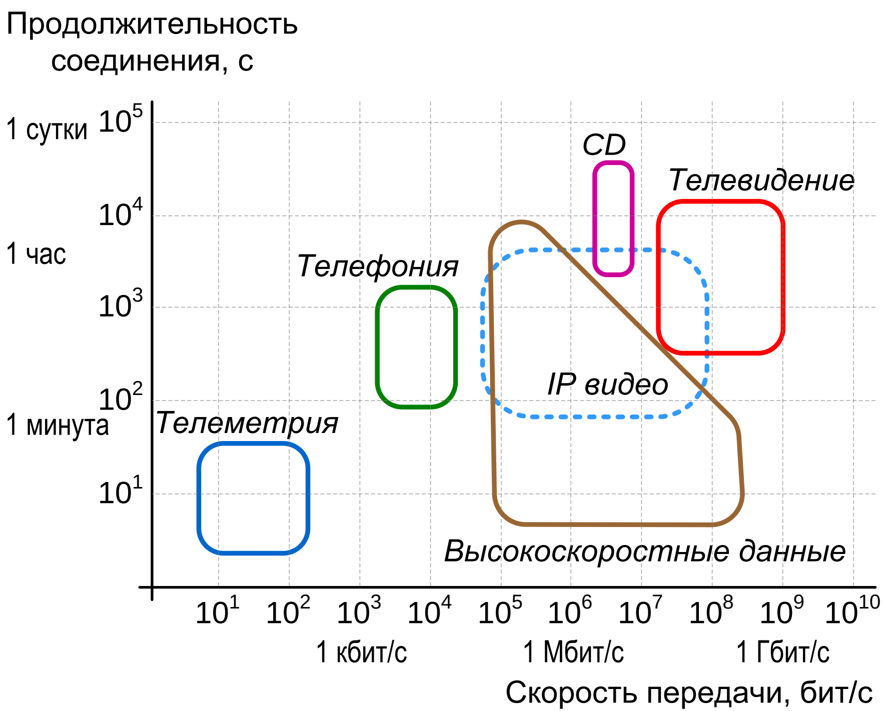
Системная модель мультивещания в сети 5G



Модель «тройной услуги»

«Тройная услуга» = «одноадресный»+ «многоадресный» + «эластичный» трафик





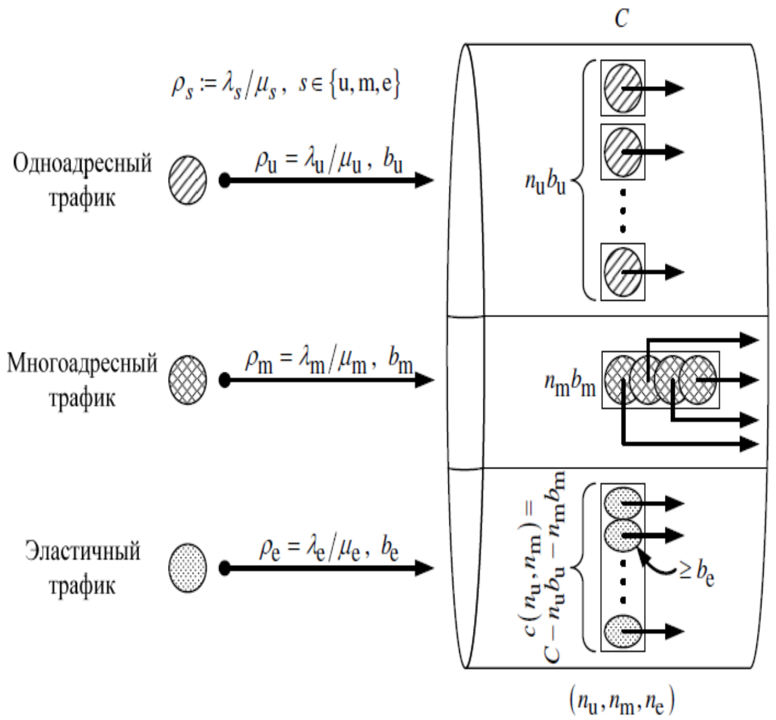
Модель «тройной услуги»

В случае одноадресного и многоадресного трафика стационарное распределение имеет мультипликативный вид, т.к. описывающий модель марковский процесс обратим.

$$\pi\left(n_1^{\mathrm{u}},\dots,n_{K_{\mathrm{u}}}^{\mathrm{u}},n_1^{\mathrm{m}},\dots,n_{K_{\mathrm{m}}}^{\mathrm{m}}\right)=$$

$$=G^{-1}(\mathrm{X})\cdot\prod_{k=1}^{K_{\mathrm{u}}}\left(\frac{\lambda_k^{\mathrm{u}}}{\mu_k^{\mathrm{u}}}\right)^{n_k^{\mathrm{u}}}\frac{1}{n_k^{\mathrm{u}}!}\cdot\prod_{k=1}^{K_{\mathrm{m}}}\left(\alpha_k^{\mathrm{m}}\right)^{n_k^{\mathrm{m}}},$$

$$\left(n_1^{\mathrm{u}},\dots,n_{K_{\mathrm{u}}}^{\mathrm{u}},n_1^{\mathrm{m}},\dots,n_{K_{\mathrm{m}}}^{\mathrm{m}}\right)\in\mathrm{X},$$

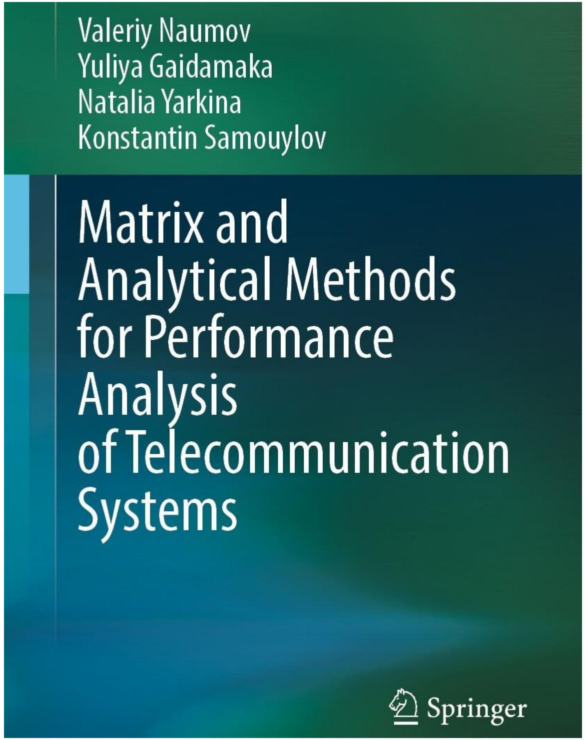


Вид распределения для модели с эластичным трафиком зависит способа разделения ресурса. Если ресурс делится поровну, то случайный процесс является обратимым. Например, для системы с минимальной скоростью передачи стационарное распределение мультипликативно.

$$\pi(n_1,\dots,n_K)=G^{-1}(\mathrm{X})\cdot(n_1+\dots+n_K)!\prod_{k=1}^{K}\left(\frac{\lambda_k}{V\mu_k}\right)^{n_k}\frac{1}{n_k!},$$

$$(n_1,\dots,n_K)\in\mathrm{X},$$

Моделирование сетей 5G/6G

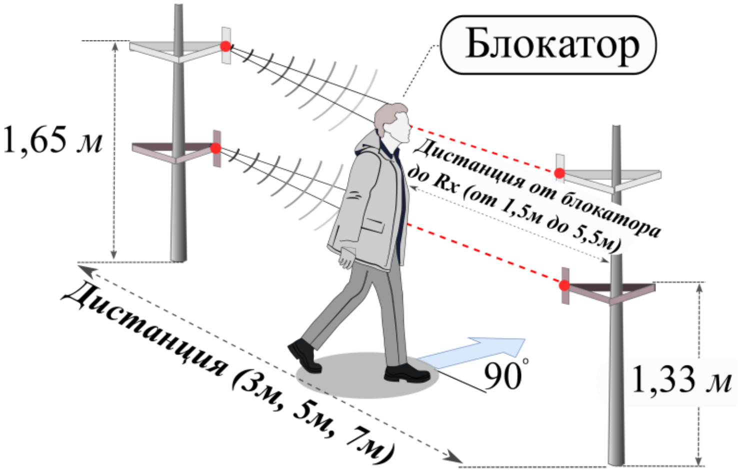


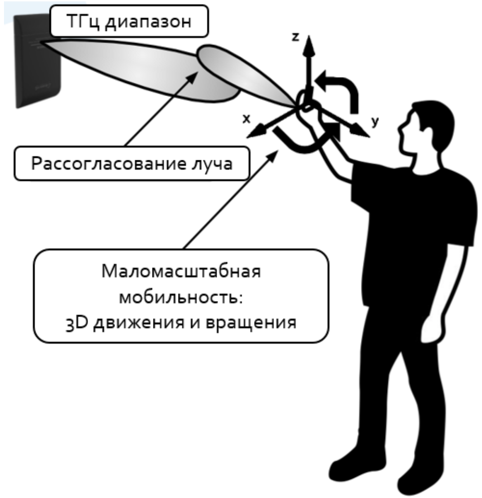
Особенности моделирования сетей 5G/6G

- Требования к ресурсам для поддержания QoS, зависящие от местоположения абонента
- Антенные решетки, работающие в режиме формирования луча, создающие чрезвычайно направленные диаграммы направленности с несколькими градусами ширины луча в направлении терминала пользователя
- Блокировка пути распространения (линии прямой видимости) крупными статическими объектами, такими как здания, а также небольшими подвижными объектами, такими как человеческие тела (макромобильность)
- Потеря синхронизации луча из-за быстрых мелкомасштабных поворотов и смещения терминала в руках / на голове пользователя (микромобильность)

Терагерцевые сети 6G (300 ГГц до 3 ТГц): проблемы

Блокировка прямой видимости и микромобильность





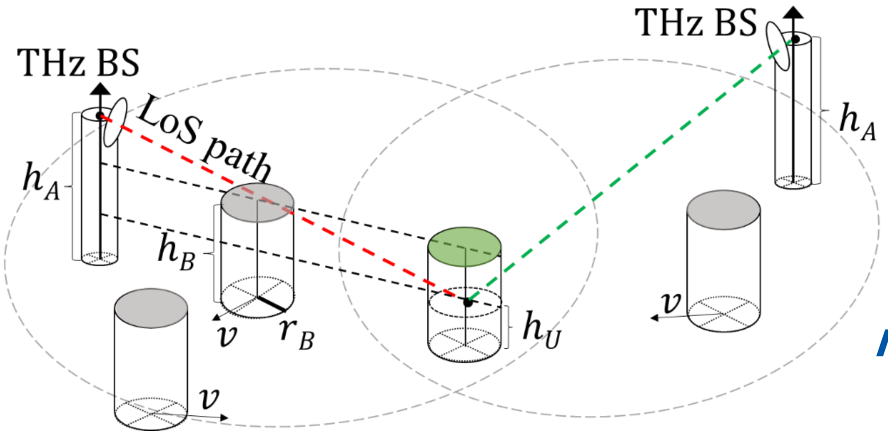
Технические требования к сетям 5G

Технологический стек сетей 5G/6G

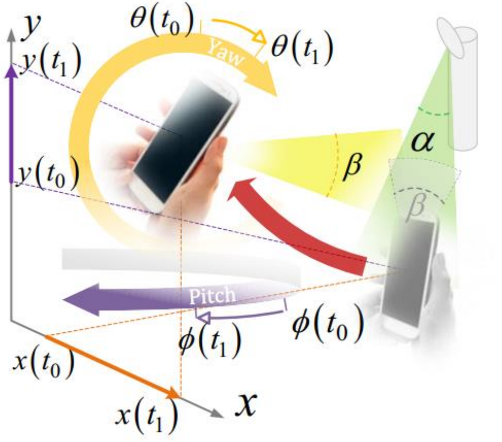
Социальные задачи и развлечения	Медицина	Автономно действующие системы	Образование	Производство
Телеприсутствие	Телехирургия	Координируемые потоки	Координируемые потоки	Автономные системы
Голографическая «телепортация»	Телемонитор	Реакция на ситуации	Телеприсутствие	Автоматизация
Передача различных ощущений	Тактильные технологии	Требования к таймингам	Голографические медиа	Требования к таймингам
Голографические медиа	Требования к таймингам	Тактильные технологии	Кинестетика	Тактильные технологии
	Кинестетика			

Сценарий 1. Сбой связи в терагерцевой сети при микромобильности и блокировке прямой видимости

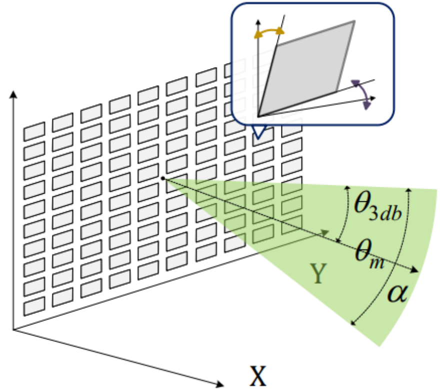
Системная модель



Модель микробильности

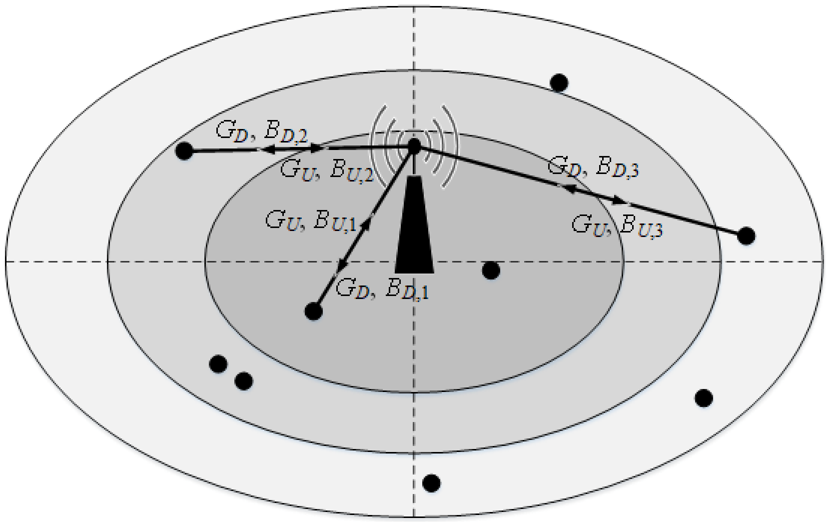


Модель антенны



Сценарий 1. Базовая модель ресурсной СМО (1/2)

Системная модель выделения пользователям радиоресурсов случайного объема

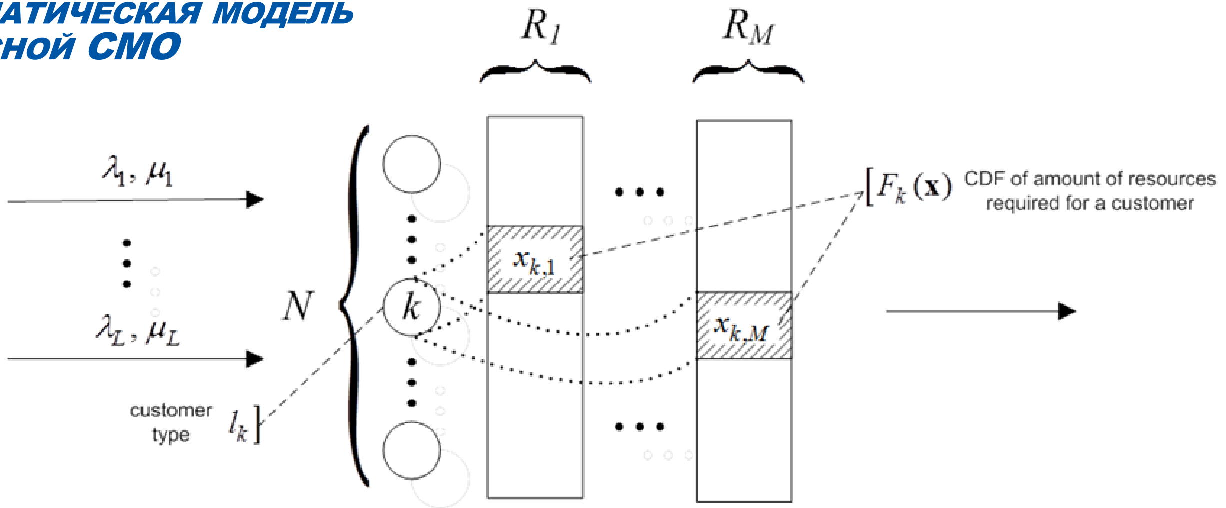


G_U, G_D – скорость передачи в восходящем (Uplink) и нисходящем (Downlink) каналах

B_U, B_D – случайное число ресурсных блоков, требуемых для передачи данных пользователя

Сценарий 1. Базовая модель ресурсной СМО (2/2)

Математическая модель ресурсной СМО

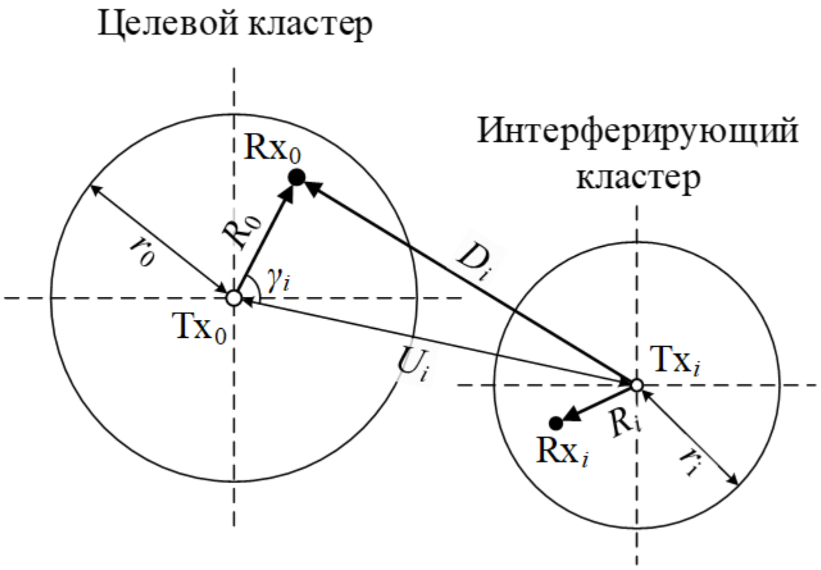


$$P_{\mathbf{n}}(\mathbf{x}_1,\ldots,\mathbf{x}_K) = \frac{1}{G}\prod_{k=1}^{K}\frac{\rho_k^{n_k}}{n_k!}F_k^{*n_k}(\mathbf{x}_k), \quad (\mathbf{n},\mathbf{x}_1,\ldots,\mathbf{x}_K)\in\mathcal{X},$$

$$G = \sum_{n_1+\ldots+n_K\le S}(F_1^{*n_1}*\ldots*F_K^{*n_K})(\mathbf{R})\frac{\rho_1^{n_1}\cdots\rho_K^{n_K}}{n_1!\cdots n_K!}$$

Сценарий 1. Базовая модель взаимодействия беспроводных устройств

Системная модель взаимодействия интерферирующих устройств



Искомой характеристикой является отношение сигнал-интерференция

$$SIR = \left(\frac{D_1}{R_0}\right)^{\alpha}$$

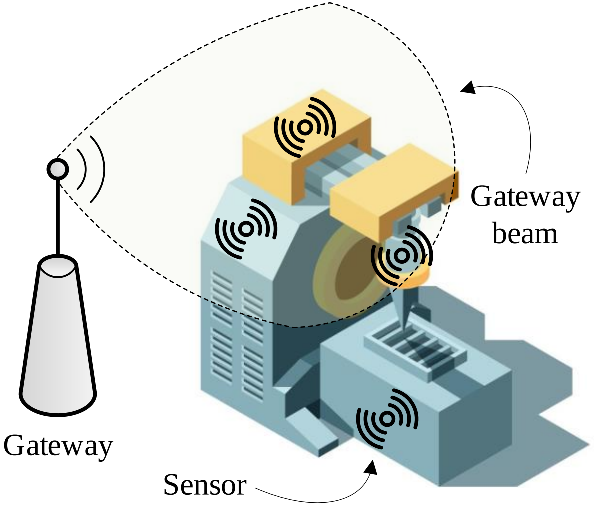
Совместная плотность распределения с.в. D и R

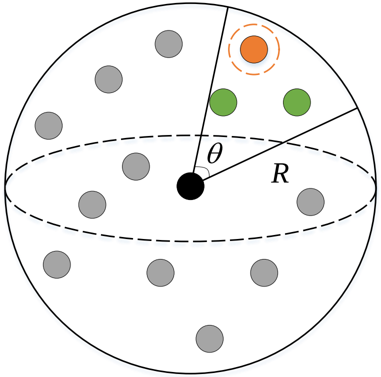
$$W_{\xi_1,\eta_1}(y_1,y_2) = \sum_{i=1}^{2} \int_{Y_{3,i}} \frac{w_{\xi_1,\xi_2,\xi_3}(y_1,\varphi_i(y_1,y_2,y_3),y_3)\cdot y_2}{\sqrt{y_2^2 - y_1^2 + y_1^2\cos^2(y_3)}} dy_3,$$

$$E[SIR] = \int_{0\le y_1\le r_0} \int_{y_2\ge 0} \left(\frac{y_2}{y_1}\right)^{\alpha} W_{\xi_1,\eta_1}(y_1,y_2)\,dy_2\,dy_1$$

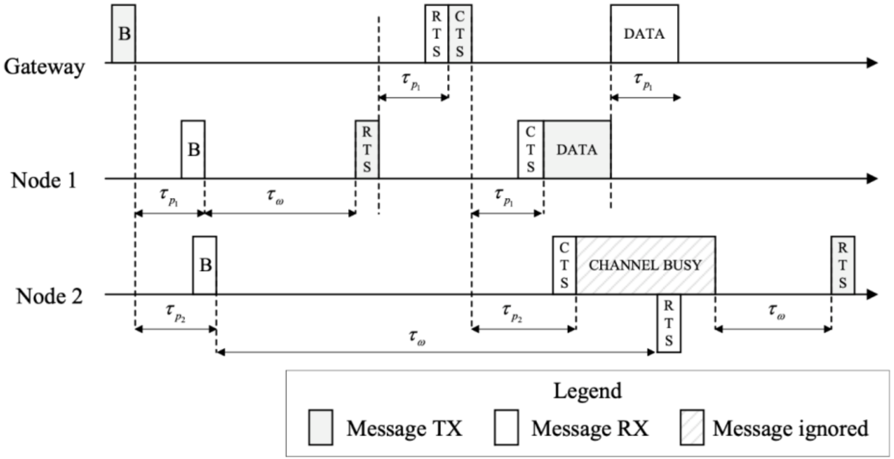
Сценарий 2. Модель множественного доступа для Индустриального интернета вещей

Системная модель

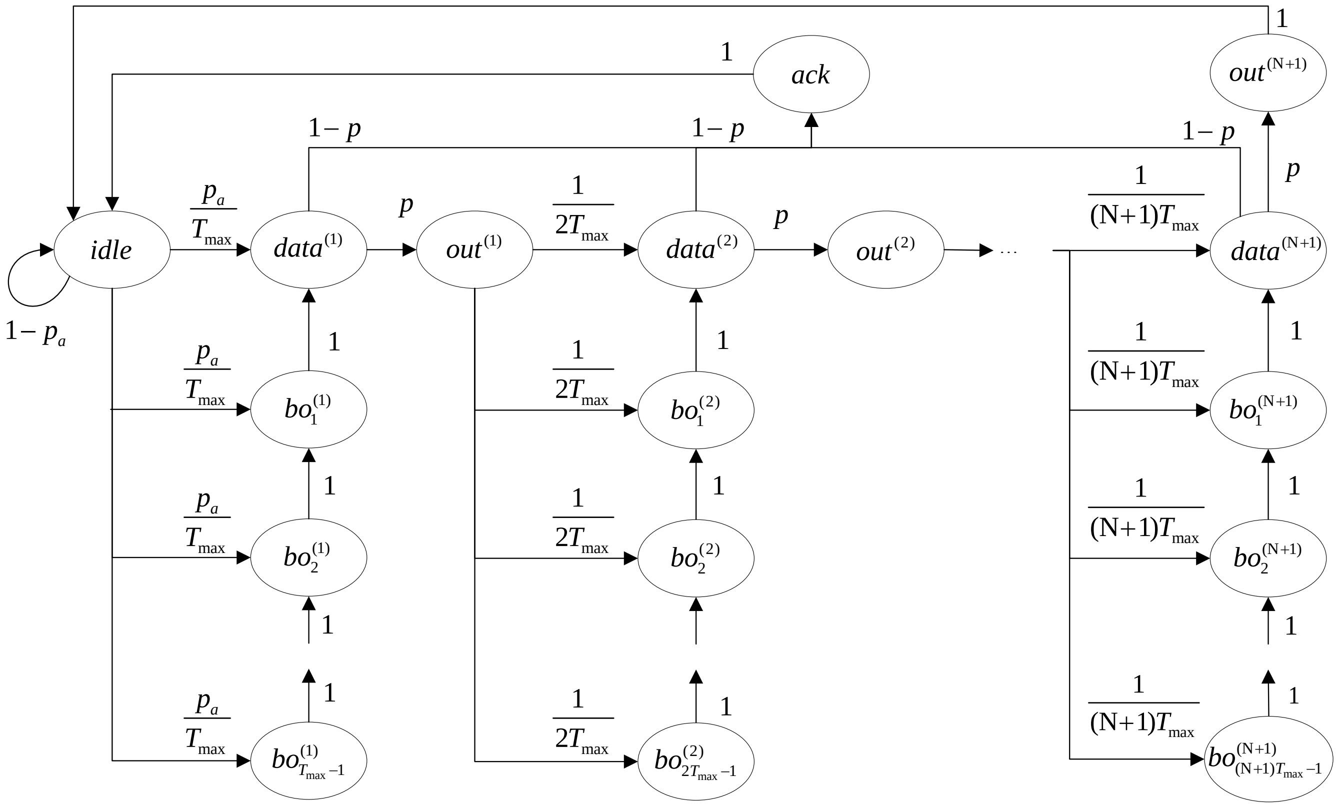




Модель множественного доступа DECT-2020



Сценарий 2. Модель цепи Маркова



Сценарий 3. Приоритизация услуг в сетях 5G/6G (1/2)

Сценарии использования сетей 5G

URLLC – сверхнадежная связь с малой задержкой, приоритетный узкополосный трафик

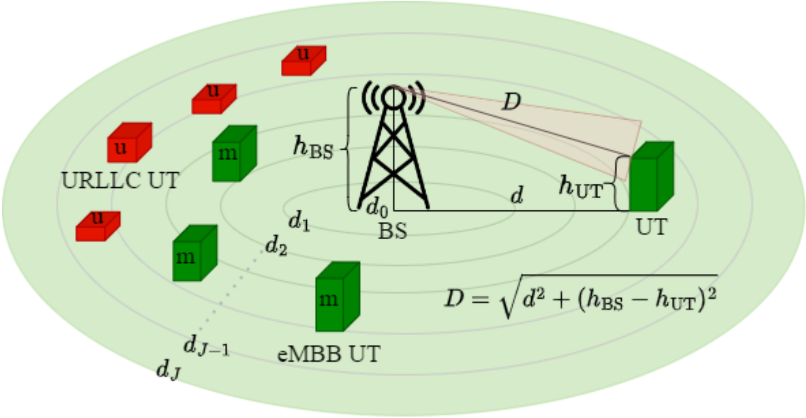
eMBB – улучшенная широкополосная мобильная связь, широкополосный трафик

Влияние приоритизации на широкополосный трафик

	Допускает задержку	Не допускает задержку
Снижение скорости	Доступ к доп. материалам 1	Прямая трансляция 3
Прерывание обслуживания	Доступ к доп. материалам 2	

Сценарий 3. Приоритизация услуг в сетях 5G/6G (2/2)

Затухание сигнала [3GPP TR 38.901)]



Зависимое занятие ресурса

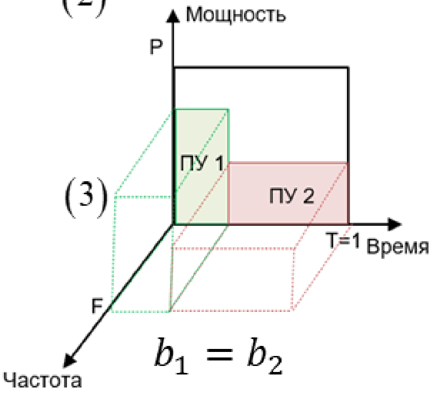
Требование к ресурсу

$$\boldsymbol{y} = \left(y_{\mathrm{f}}, y_{\mathrm{t}}, y_{\mathrm{p}}\right), \tag{2}$$

$$y_{\mathrm{f}} \in [0, F],\ y_{\mathrm{t}} \in [0,1],\ y_{\mathrm{p}} \in [0, P]$$

Скорость

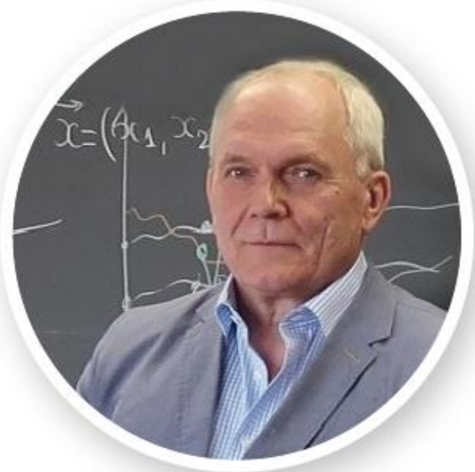
$$b = y_{\mathrm{t}} y_{\mathrm{f}} \log_2\left(1 + y_{\mathrm{p}} \frac{P_{\mathrm{t}} G_{\mathrm{t}} G_{\mathrm{r}}}{\mathrm{PL}\left(N_0 + I_0\right)}\right) \tag{3}$$



Текущие проекты

- РНФ 22-79-10128 “Алгоритмы и модели обеспечения показателей качества обслуживания в беспроводных гетерогенных сетях шестого поколения”. 2022-н.в.
- РНФ 22-79-10053 “Разработка моделей и алгоритмов обслуживания критичного к задержке и надежности доставки трафика в сценариях промышленной автоматизации на основе беспроводных систем 5G+”. 2022-н.в.
- РНФ 23-79-01140 “Разработка моделей и методов управления диспетчеризацией трафика в сетях пятого и шестого поколения на основе архитектуры совмещенного доступа и транспорта”. 2023-н.в.
- РНФ 23-79-10084 “Математические модели и практические алгоритмы повышения энергоэффективности в гетерогенных миллиметровых и терагерцевых сетях пятого и шестого поколения (5G/6G)”. 2023-н.в.
- РНФ 24-19-00804 “Исследование возраста информации в задачах обеспечения качества предоставления услуг URLLC и mMTC в беспроводных сетях 5G”. 2024-н.в.
- РНФ 21-79-10139 “Модели и алгоритмы технологий радиодоступа мобильных сетей 6G терагерцевого диапазона частот”. 2021-2024

Институт компьютерных наук и телекоммуникаций РУДН



Константин Евгеньевич Самуйлов

- Доктор технических наук, профессор, директор Института компьютерных наук и телекоммуникаций, заведующий кафедрой теории вероятностей и кибербезопасности РУДН
- звание «Почетный работник высшего профессионального образования РФ», почетная грамота Министерства образования и науки РФ, почетная грамота Президиума ВАК, юбилейные знаки «100 лет ВЧК-КГБ-ФСБ» и «100 лет специальному отделу при ВЧК», лауреат премии РУДН в области науки и инноваций, заслуженный профессор РУДН